



👉 À rendre le mardi 28 février.

Rédaction individuelle obligatoire.

ROBOT DE CONSOLIDATION DE PAROIS ROCHEUSES ROBOCLIMBER

Extrait (mis en conformité avec le programme actuel) de Mines-Ponts MP 2011.

I. Présentation

Roboclimber est un robot géotechnique utilisé pour la consolidation des talus de sols naturels ou des escarpements rocheux au dessus des routes ou des zones habitées. Il est issu d'un programme européen de recherche* et est actuellement exploité par la société italienne d'ingénierie D'Appolonia.

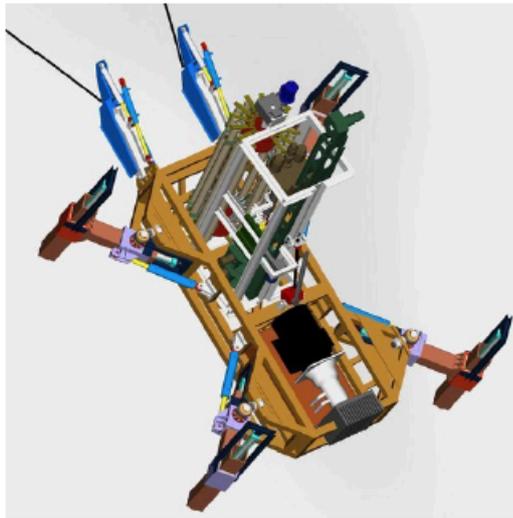
Lorsque des falaises ou talus menacent de s'effondrer sur des infrastructures, un des seuls remèdes consiste à consolider le versant en y forant des trous suivant un maillage régulier et à y enfoncer des pieux en acier qui structurent l'ensemble et le consolident.

Les travaux de forage sont réalisés habituellement soit par des équipes spécialisées en travaux acrobatiques encordés, soit à l'aide de plateformes élévatrices depuis le bas du versant si celui-ci est accessible.

Lorsque le site à consolider est dangereux ou difficile d'accès, le Roboclimber est utilisé car la plupart de ses actions sont automatisées, mettant ainsi à l'abri de tout risque les hommes chargés du chantier. Son utilisation réduit donc considérablement le coût d'un tel chantier.



*: en particulier le laboratoire DIMEC de l'université de Gênes (Italie).



Le Roboclimber est un robot d'environ 3 tonnes transportant une unité autonome de forage et de pose des pieux. Il utilise pour se mouvoir et assurer son équilibre lors du forage 4 pieds indépendants, ainsi que deux câbles de traction fixés en hauteur.

Le diagramme SysML recensant les principales fonctions du Roboclimber est donné en ANNEXE 1. Le présent sujet se propose de vérifier les critères de performance liés à certaines de ces fonctions.

II. Vérification des critères de la fonction FT 23 « Enfoncer les tubes de forage dans la paroi »

Le forage proprement dit consiste à enfoncer dans le sol ou la roche une succession de tubes en acier, vissés les uns aux autres, qui constituent le train de forage. Le premier tube utilisé se retrouve en tête de train et possède une tête perforante. L'enfoncement de l'ensemble du train est obtenu par l'action conjuguée d'un effort de poussée suivant l'axe de forage et d'un couple qui met en rotation le train de tubes.

Les critères géotechniques retenus pour obtenir une plage d'utilisation optimale sont précisés dans l'extrait du cahier des charges ci-dessous :

Fonction	Critères	Niveaux
FT 23 « Enfoncer les tubes de forage dans la paroi »	Force de poussée maxi	Pour une pente de 45° : $F > 10\,000\text{ N}$ Pour une pente de 80° : $F > 3\,000\text{ N}$
	Vitesse d'avance maximale	$2\text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$
	Couple appliqué sur le train de tubes	$C_{\text{maxi}} = 2500\text{ N}\cdot\text{m}$
	Alignement de l'axe de la foreuse avec l'axe du forage	Défaut d'alignement : $\beta_{\text{MAX}} < 6^\circ$

Problématique : Une des difficultés liées à l'utilisation d'une plateforme mobile pour réaliser le forage réside dans l'application de l'effort de poussée qui doit être obtenu sans mettre en péril l'équilibre de la plateforme. On souhaite vérifier que le robot pourra bien fournir l'effort de poussée préconisé dans le cahier des charges.

On suppose le robot en équilibre dans la position de la figure 1 (vue de profil du robot sur la paroi).

Hypothèses :

- Le problème est supposé plan, dans le plan de la figure 1 : $(G, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$
 - Les quatre contacts pied / paroi sont réduits à deux contacts ponctuels en A et B, on a $\overline{AB} = d \vec{x}$ et $\overline{BH} = -d \vec{x} + n \vec{z}$
 - Les deux câbles sont assimilés à un seul, fixé en H au robot et en K à la paroi : $\overline{HK} = -e \vec{x} - n \vec{z}$ où e , distance du robot au point d'ancrage le long de la paroi, sera prise à sa valeur minimale autorisée : $e = 2d$

- Les contacts pied / paroi sont sans frottement
- L'effort de poussée de la foreuse impose sur le train de tubes une réaction du sol modélisée par un glisseur en E : $\begin{Bmatrix} F\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$. Le point E est défini par $\overline{BE} = -\frac{d}{3}\vec{x} - p\vec{z}$.
- Le poids de la plateforme et des tubes est modélisé par le glisseur : $\begin{Bmatrix} -P\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ avec $P=28000$ N et G tel que $\overline{BG} = -\frac{l}{2}\vec{x} + r\vec{z}$
- La pente de la paroi est définie par l'angle $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}) = (\vec{z}_0, \vec{z})$

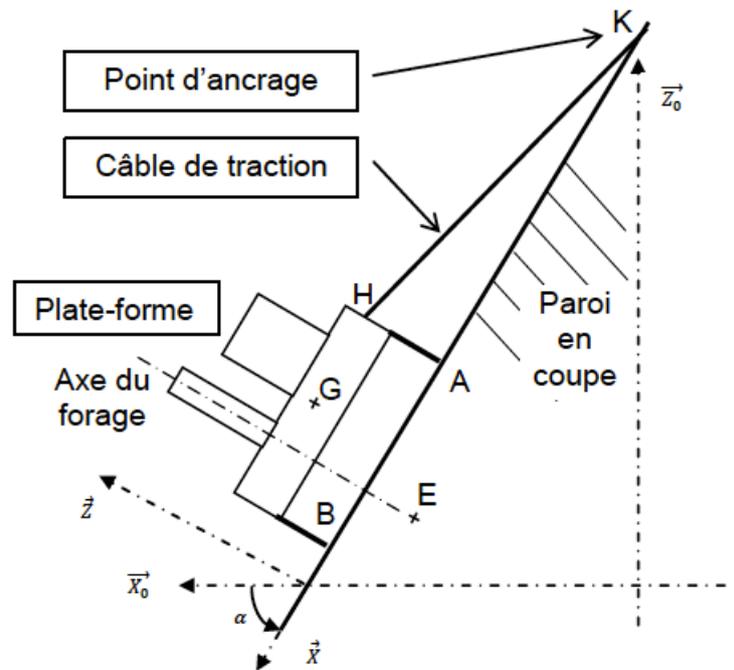


Figure 1 : Paramétrage et vue de profil du robot sur la paroi

Question 1.

En considérant l'équilibre statique de l'ensemble {plateforme + tubes}, écrire l'équation des moments au point H. En déduire la condition littérale sur F pour qu'il n'y ait pas décollement du pied en B. Faire l'application numérique. Cette valeur est-elle compatible avec le cahier des charges ? Un forage sur une paroi verticale est-il possible avec le Roboclimber ?

V. FT 12 Positionner et stabiliser la plateforme

Cette fonction peut être décomposée en trois fonctions :

- FT 121 : Eviter le couplage entre la fréquence de percussion et les fréquences propres de la plateforme.
- FT 122 : Mettre la plateforme en position parallèle à la surface forée.
- FT 123 : Maintenir la plateforme parallèle à la surface forée pour éviter de "tordre" les tubes de forage.

Cahier des charges global :

Fonction	Critères	Niveau
FT 121 : Eviter le couplage entre la fréquence de percussion et les fréquences propres de la plateforme.	Fréquence propre de la plateforme F_{pf} en Hz.	F_{pf} n'appartient pas à la plage 0 - 20 Hz
FT 122 : Mettre la plateforme en position parallèle à la surface forée.	Précision de la position des pieds liés aux tiges des vérins hydrauliques	Ecart statique nul par rapport à la consigne de position.
	Rapidité de l'asservissement	$T_{5\%} = 0.15$ s
	Marges de stabilité	Marge de phase de 45° Marge de gain de 10 dB
FT 123 : Maintenir la plateforme parallèle à la surface forée.	Angle de la plateforme avec la surface à forer : θ	$\theta < \theta_{max} = 6^\circ$ ce qui correspond à un écart dynamique (dépassement) inférieur à 0,02 m.

FT 121 : Eviter le couplage entre fréquences

Problématique : Les fréquences propres de la plateforme proviennent de sa structure déformable.

Le modèle simplifié utilisé ne prend en compte pour les pieds que leurs déformations axiales. Le problème est considéré plan. Le paramétrage est donné en ANNEXE 3.

Question 13.

Le problème étant plan, (\vec{Y}, \vec{Z}) , l'application du principe fondamental de la dynamique à la plateforme 1 (et tout ce qu'elle supporte) écrit au point I et dans la base $(\vec{X}, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$ permet d'obtenir trois équations scalaires. Donner sans les développer ces trois équations.

Les questions 14,15 et 16 ont pour objectif la détermination des éléments cinétiques de ces équations.

Question 14.

Ecrire les éléments cinétiques de ces équations (moment dynamique et/ou résultante dynamique).

En considérant les déformations petites ainsi que leurs variations, on fera les approximations suivantes : $\sin \theta = 0$, $\cos \theta = 1$. De même seront négligés les infiniment petits du second ordre et plus, par exemple $\theta \cdot \frac{d^2 Z}{dt^2}$ ou $\theta \cdot \frac{dY}{dt}$.

Question 15.

Linéariser ces éléments en prenant en compte les hypothèses faites sur les déformations.

Question 16.

Écrire ces éléments sous la forme matricielle suivante :

$$[M] \begin{bmatrix} \frac{d^2 q}{dt^2} \end{bmatrix} \text{ avec } [M] \text{ matrice des masses à définir et } \begin{bmatrix} \frac{d^2 q}{dt^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 Z}{dt^2} \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} \\ \frac{d^2 \theta}{dt^2} \end{bmatrix}$$

Les mouvements des pieds par rapport à la plateforme dus à la déformation des éléments de la structure engendrent des actions mécaniques des pieds sur la plateforme. Celles-ci sont de deux natures :

- des actions dues au comportement élastique des matériaux
- des actions dues à la dissipation d'énergie liée à la vitesse de déformation.

La modélisation adoptée par le concepteur conduit à l'équation matricielle suivante :

$$[M] \begin{bmatrix} \frac{d^2 Z}{dt^2} \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} \\ \frac{d^2 \theta}{dt^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2\mu & 0 & 0 \\ 2b\mu & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dZ}{dt} \\ \frac{dY}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mg\cos\alpha \\ 2k & 0 & 0 \\ -2bk & 2bk & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \\ Y \\ \theta \end{bmatrix} = [F]$$

Dans cette équation, la matrice $[F]$ ne contient que des éléments mg et F indépendants des paramètres du mouvement.

Question 17.

Interpréter cette équation matricielle en indiquant les éléments correspondant aux actions dues au comportement élastique des matériaux et ceux correspondant aux actions dues à la dissipation d'énergie.

Nous sommes en présence d'un système régi par des équations différentielles du second ordre.

Question 18.

Que peut-on penser du couplage des trois équations scalaires issues de l'équation matricielle ?

En notant $[K] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mg\cos\alpha \\ 2k & 0 & 0 \\ -2bk & 2bk & 0 \end{bmatrix}$, et $[B] = [M]^{-1}[K]$ avec $[M]^{-1}$ matrice inverse de $[M]$

on sait que les racines carrées des valeurs propres de la matrice $[B]$ sont sensiblement égales aux pulsations propres du système.

Question 19.

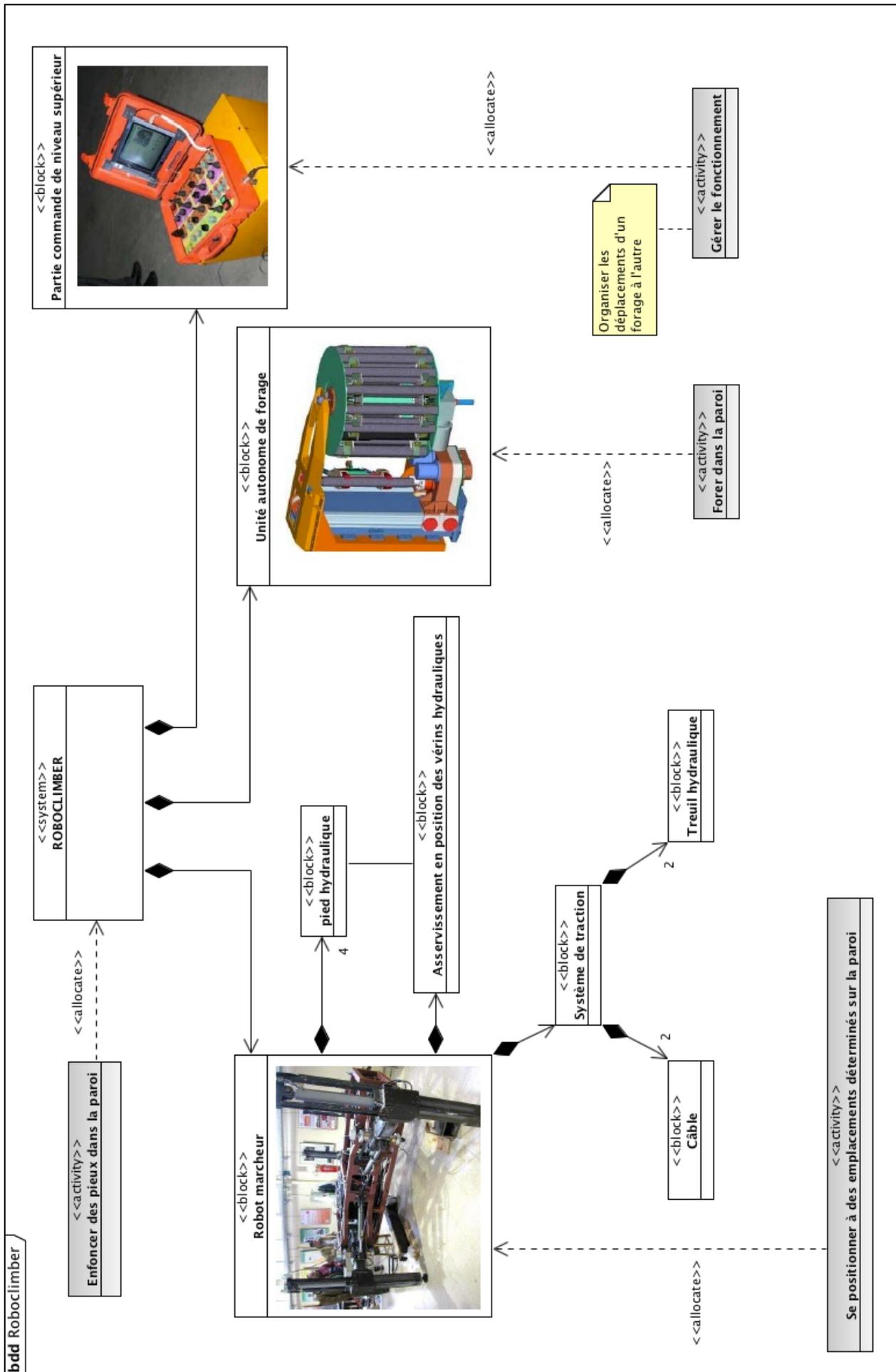
A quelle condition une matrice est-elle inversible ? Cette condition est-elle toujours remplie dans le cas de la matrice $[M]$?

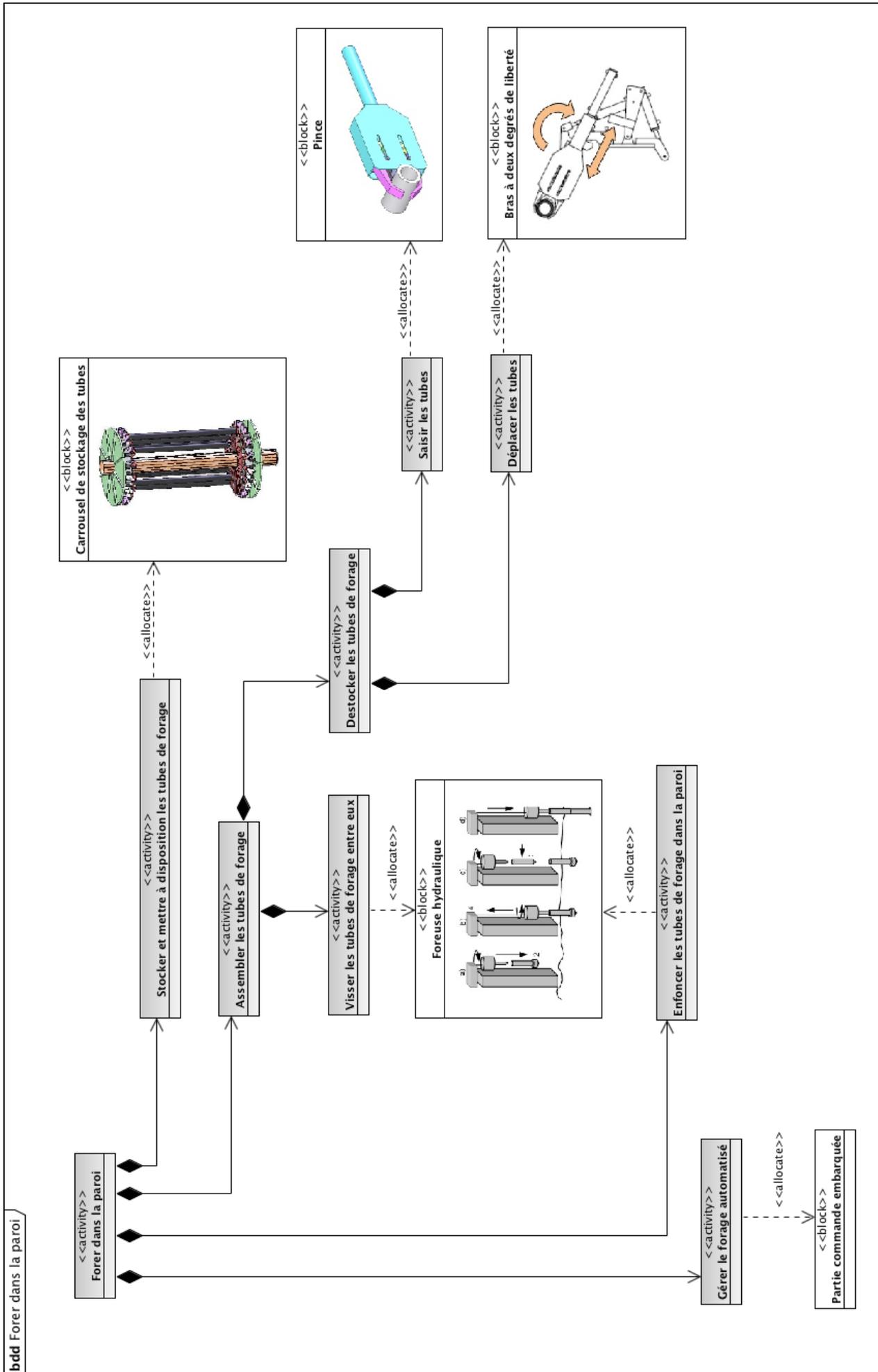
Un calcul, non demandé ici, donne pour la matrice $[B]$ les valeurs propres suivantes : $3,3 \cdot 10^4$, $0,2 \cdot 10^5$ et $5,1 \cdot 10^5$ exprimées en unités SI.

Question 20.

En déduire les pulsations propres du système ainsi que ses fréquences propres. Le cahier des charges est-il respecté ?

ANNEXE 1 : Description fonctionnelle et structurale





ANNEXE 3

Modélisation pour l'étude des fréquences propres du système

On appellera structure l'ensemble constitué de la plateforme et des quatre pieds.

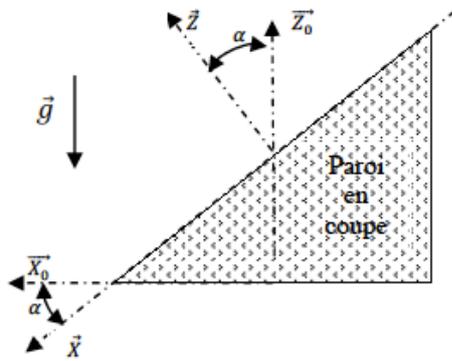
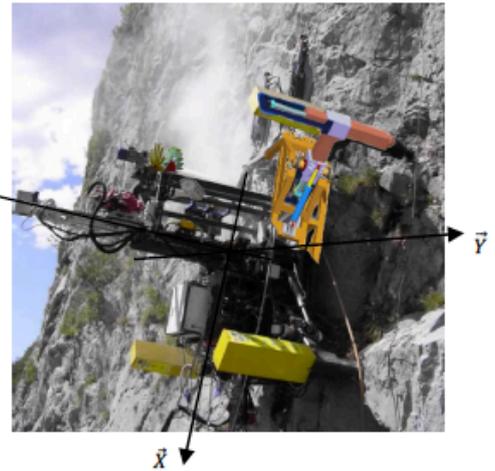
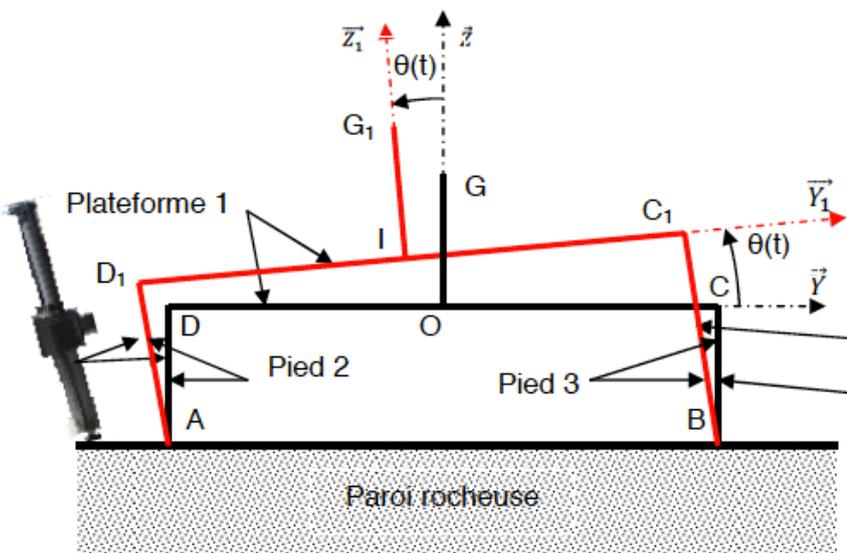


Figure 1 : Coupe transversale de la paroi.



Le repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est supposé galiléen.
Le repère $(I, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié à la plateforme.



Structure déformée (en rouge)
Structure au repos (en noir)

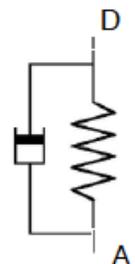
Figure 2 : Déformation de la structure.

Modélisation du comportement des pieds :

Le comportement des pieds est modélisé par un ensemble de ressorts de raideur k et d'amortisseurs de coefficient d'amortissement μ .

L'action du pied 2 sur la plateforme 1 est donnée par :

$$\{2 \rightarrow 1\}_{D_1} = \left\{ \begin{array}{l} -k \cdot (\Delta \overline{AD} \cdot \overline{Z}_1) \cdot \overline{Z}_1 - \mu \cdot \overline{Z}_1 \cdot \left[\frac{d}{dt} \overline{AD}_1 \cdot \overline{Z}_1 \right]_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{D_1} \quad \text{avec } \Delta \overline{AD} = \overline{AD}_1 - \overline{AD}$$



et l'action du pied 3 sur la plateforme 1 est donnée par :

$$\{3 \rightarrow 1\}_{C_1} = \left\{ \begin{array}{c} -k \cdot (\Delta \overline{BC} \cdot \overline{Z}_1) \cdot \overline{Z}_1 - \mu \cdot \overline{Z}_1 \cdot \left[\frac{d}{dt} \overline{BC}_1 \cdot \overline{Z}_1 \right]_{\overline{X}, \overline{Y}, \overline{Z}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{C_1} \quad \text{avec } \Delta \overline{BC} = \overline{BC}_1 - \overline{BC}$$

Données :

$$\overline{OI} = y_{(t)} \cdot \overline{Y} + z_{(t)} \cdot \overline{Z} \quad \overline{OA} = -b \cdot \overline{Y} - d \cdot \overline{Z} \quad \overline{OB} = b \cdot \overline{Y} - d \cdot \overline{Z} \quad b = 1\text{m}$$

G_1 centre d'inertie et de gravité défini par : $\overline{IG}_1 = a \cdot \overline{Z}_1$

Masse de la structure : $m = 3000 \text{ kg}$

$k = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}$

Opérateur d'inertie de la structure écrit au point I : $I_I(pf) = \left\{ \begin{array}{ccc} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{array} \right\}_{I\overline{X}, \overline{Y}_1, \overline{Z}_1}$

L'action mécanique des câbles sur la plateforme 1 est portée par l'axe \overline{X} .

L'action mécanique due au forage sur la plateforme 1 est représentée par le torseur :

$$\{Forage \rightarrow 1\} = \left\{ \begin{array}{c} F \overline{Z} \\ C_f \overline{Z} \end{array} \right\}_I$$