

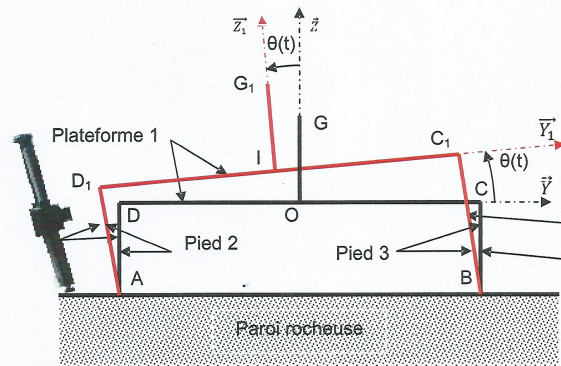


PROBLÈME 1

ROBOT DE CONSOLIDATION DE PAROIS ROCHEUSES ROBOCLIMBER



Le repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est supposé galiléen.
Le repère $(I, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié à la plateforme.



Structure déformée (en rouge)
Structure au repos (en noir)

Figure 2 : Déformation de la structure.



V FT12 "Positionner et stabiliser la plateforme"

Question 13

La plateforme (et ce qu'elle supporte) est soumise à :

• L'action de la pesanteur : $\mathcal{S}_{\text{pes} \rightarrow 1} = \left\{ \begin{matrix} -mg \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_1} = \left\{ \begin{matrix} -mg \vec{z}_0 \\ -mg \vec{z}_0 \wedge \vec{G}_1 \vec{I} \end{matrix} \right\}_{I}$

• L'action du forage : $\mathcal{S}_{\text{forage} \rightarrow 1} = \left\{ \begin{matrix} F \vec{z} \\ C_f \vec{z} \end{matrix} \right\}_{I}$

• L'action du pied 2 : $\mathcal{S}_{2 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{matrix} F_{2 \rightarrow 1} \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{D_1} = \left\{ \begin{matrix} F_{2 \rightarrow 1} \vec{z}_1 \\ \vec{F}_{2 \rightarrow 1} \wedge \vec{D}_1 \vec{I} \end{matrix} \right\}_{I}$

• L'action du pied 3 : $\mathcal{S}_{3 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{matrix} F_{3 \rightarrow 1} \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{C_1} = \left\{ \begin{matrix} F_{3 \rightarrow 1} \vec{z}_1 \\ \vec{F}_{3 \rightarrow 1} \wedge \vec{C}_1 \vec{I} \end{matrix} \right\}_{I}$

NB : L'énoncé demandant de ne pas développer, les moments sont laissés sous forme vectorielle.

L'écriture du PFD permet alors d'écrire que :

$$\mathcal{D}_{1/0} = \mathcal{S}_{\text{pes} \rightarrow 1} + \mathcal{S}_{\text{forage} \rightarrow 1} + \mathcal{S}_{2 \rightarrow 1} + \mathcal{S}_{3 \rightarrow 1}$$

ce qui fournit, en modèle plan, deux équations de résultantes sur \vec{y}_1 et \vec{z}_1 et une équation de moment en I sur \vec{x} :

$$\begin{aligned} m \vec{a}(G_1, 1/0) \cdot \vec{y}_1 &= -mg \vec{z}_0 \cdot \vec{y}_1 + F \vec{z} \cdot \vec{y}_1 \\ m \vec{a}(G_1, 1/0) \cdot \vec{z}_1 &= -mg \vec{z}_0 \cdot \vec{z}_1 + F \vec{z} \cdot \vec{z}_1 + F_{2 \rightarrow 1} + F_{3 \rightarrow 1} \\ \vec{\delta}_I(1/0) \cdot \vec{x} &= (-mg \vec{z}_0 \wedge \vec{G}_1 \vec{I}) \cdot \vec{x} + C_f \underbrace{\vec{z} \cdot \vec{x}}_0 + (\vec{F}_{2 \rightarrow 1} \wedge \vec{D}_1 \vec{I}) \cdot \vec{x} \\ &\quad + (\vec{F}_{3 \rightarrow 1} \wedge \vec{C}_1 \vec{I}) \cdot \vec{x} \end{aligned}$$

Equations non développés, comme demandé !

Question 14

D'après l'énoncé de PFD qui précède, il faut calculer :

$$\begin{cases} m \vec{a}(G_1, 1/0) \cdot \vec{y}_1 \\ m \vec{a}(G_1, 1/0) \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{\sigma}_I(1/0) \cdot \vec{x} \end{cases}$$

• $\vec{v}(G_1, 1/0) = \vec{v}(G_1, 0) = \left[\frac{d}{dt} \vec{OG}_1 \right]_0 = \left[\frac{d}{dt} \vec{OI} + I \vec{\omega}_1 \right]_0 = \left[\frac{d}{dt} y \vec{y} + \dot{z} \vec{z} + a \dot{\theta} \vec{z}_1 \right]_0$

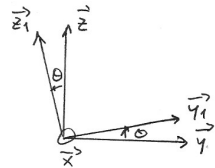
$$\vec{v}(G_1, 1/0) = \dot{y} \vec{y} + \dot{z} \vec{z} - a \dot{\theta} \vec{y}_1$$

et donc $\vec{a}(G_1, 1/0) = \ddot{y} \vec{y} + \ddot{z} \vec{z} - a \ddot{\theta} \vec{y}_1 - a \dot{\theta}^2 \vec{z}_1$ car :

$$\begin{cases} \left[\frac{d \vec{z}_1}{dt} \right]_0 = -\dot{\theta} \vec{y}_1 \\ \left[\frac{d \vec{y}_1}{dt} \right]_0 = \dot{\theta} \vec{z}_1 \end{cases}$$

Sachant que

$$\begin{aligned} \vec{y} \cdot \vec{y}_1 &= \cos \theta \\ \vec{z} \cdot \vec{y}_1 &= \sin \theta \\ \vec{y} \cdot \vec{z}_1 &= -\sin \theta \\ \vec{z} \cdot \vec{z}_1 &= \cos \theta \end{aligned}$$



Il vient

$$\begin{aligned} m \vec{a}(G_1, 1/0) \cdot \vec{y}_1 &= m [\ddot{y} \cos \theta + \ddot{z} \sin \theta - a \ddot{\theta}] \\ m \vec{a}(G_1, 1/0) \cdot \vec{z}_1 &= m [-\ddot{y} \sin \theta + \ddot{z} \cos \theta - a \dot{\theta}^2] \end{aligned}$$

• $\vec{\sigma}_I(1/0) = \left[\frac{d}{dt} \vec{\sigma}_I(1/0) \right]_0 + m \vec{v}(I/0) \wedge \vec{v}(G_1/0)$

donc $\vec{\sigma}_I(1/0) \cdot \vec{x} = \left[\frac{d}{dt} \vec{\sigma}_I(1/0) \right]_0 \cdot \vec{x} + m \left[\vec{v}(I/0) \wedge \vec{v}(G_1/0) \right] \cdot \vec{x}$

$$= \frac{d}{dt} \vec{\sigma}_I(1/0) \cdot \vec{x} \quad \text{car } \vec{x} \text{ est fixe/0.}$$

• $\vec{\sigma}_I(1/0) = m I_{G_1} \wedge \vec{v}(I, 1/0) + I_{I,1} \vec{\omega}_{1/0}$

où $m I_{G_1} \wedge \vec{v}(I, 1/0) = m a \vec{z}_1 \wedge (\dot{y} \vec{y} + \dot{z} \vec{z})$

$$\begin{cases} \text{NB } \vec{v}(I, 1/0) \\ = \vec{v}(I/0) \\ = \left[\frac{d}{dt} \vec{OI} \right]_0 \end{cases}$$

soit $m I_{G_1} \wedge \vec{v}(I, 1/0) = m a (-\dot{y} \cos \theta \vec{x} - \dot{z} \sin \theta \vec{x})$

et $I_{I,1} \vec{\omega}_{1/0} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \dot{\theta} \\ -F \dot{\theta} \\ -E \dot{\theta} \end{pmatrix} \vec{x}, \vec{y}_1, \vec{z}_1 = \begin{pmatrix} A \dot{\theta} \\ -F \dot{\theta} \\ -E \dot{\theta} \end{pmatrix} \vec{x}, \vec{y}_1, \vec{z}_1$

Donc $\vec{\sigma}_I(1/0) \cdot \vec{x} = A \dot{\theta} - m a (\dot{y} \cos \theta + \dot{z} \sin \theta)$

et donc $\frac{d}{dt} \vec{\sigma}_I(1/0) \cdot \vec{x} = A \ddot{\theta} - m a (\ddot{y} \cos \theta - \dot{y} \dot{\theta} \sin \theta + \ddot{z} \sin \theta + \dot{z} \dot{\theta} \cos \theta)$

ou encore $\frac{d}{dt} \vec{\sigma}_I(1/0) \cdot \vec{x} = A \ddot{\theta} - m a [(\ddot{y} + \dot{z} \dot{\theta}) \cos \theta + (\ddot{z} - \dot{y} \dot{\theta}) \sin \theta]$

• $\vec{v}(I/0) \wedge \vec{v}(G_1/0) = (\dot{y} \vec{y} + \dot{z} \vec{z}) \wedge (\dot{y} \vec{y} + \dot{z} \vec{z} - a \dot{\theta} \vec{y}_1)$

$$= (\dot{y} \vec{y} + \dot{z} \vec{z}) \wedge -a \dot{\theta} \vec{y}_1$$

$$= -a \dot{y} \dot{\theta} \sin \theta \vec{x} + a \dot{z} \dot{\theta} \cos \theta \vec{x}$$

et donc $\left[\vec{v}(I/0) \wedge \vec{v}(G_1/0) \right] \cdot \vec{x} = a \dot{\theta} [-\dot{y} \sin \theta + \dot{z} \cos \theta]$

• En regroupant :

$$\vec{\sigma}_I(1/0) \cdot \vec{x} = A \ddot{\theta} - m a [(\ddot{y} + \dot{z} \dot{\theta}) \cos \theta + (\ddot{z} - \dot{y} \dot{\theta}) \sin \theta] + m a [-\dot{y} \dot{\theta} \sin \theta + \dot{z} \dot{\theta} \cos \theta]$$

Soit, après simplifications :

$$\vec{\sigma}_I(1/0) \cdot \vec{x} = A \ddot{\theta} - m a [\ddot{y} \cos \theta + \ddot{z} \sin \theta]$$

Question 15

Il semble que les approximations attendues soient :

$$\begin{aligned} m\vec{a}(G_1, 1/0) \cdot \vec{\gamma}_1 &= m[\ddot{y} - a\ddot{\theta}] \\ m\vec{a}(G_1, 1/0) \cdot \vec{z}_1 &= m\ddot{z} \\ \vec{D}_I(1/0) &= A\ddot{\theta} - ma\ddot{y} \end{aligned}$$

Question 16

$$\text{On écrit } \begin{pmatrix} m\ddot{y} - ma\ddot{\theta} \\ m\ddot{z} \\ A\ddot{\theta} - ma\ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & m & -ma \\ m & 0 & 0 \\ 0 & -ma & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix}$$

on identifie la matrice demandée, dite "des masses" :

$$[M] = \begin{pmatrix} 0 & m & -ma \\ m & 0 & 0 \\ 0 & -ma & A \end{pmatrix}$$

Question 17

$$[M] \begin{pmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2\mu & 0 & 0 \\ 2b\mu & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{actions dues à la dissipation d'énergie}} \begin{pmatrix} \dot{z} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -mg\cos\alpha \\ 2k & 0 & 0 \\ -2bk & 2bk & 0 \end{bmatrix}}_{\text{actions dues au comportement élastique des matériaux}} \begin{pmatrix} z \\ y \\ \theta \end{pmatrix} = [F]$$

actions dues à la dissipation d'énergie

actions dues au comportement élastique des matériaux.

Question 18

En développant l'équation matricielle il vient

$$\begin{cases} m\ddot{y} - ma\ddot{\theta} - mg\cos\alpha \cdot \theta = F_y & (1) \\ m\ddot{z} + 2\mu\dot{z} + 2kz = F_z & (2) \\ A\ddot{\theta} - ma\ddot{y} + 2b\mu\dot{z} - 2bkz + 2bk y = M_x & (3) \end{cases}$$

- L'équation (2) montre que les déplacements selon \vec{z} sont decouplés des autres mouvements
- L'équation (1) montre que les déplacements selon \vec{y} sont fortement couplés avec la rotation.
- L'équation (3) montre que ce sont les déplacements selon \vec{z} (terme en $2b\mu\dot{z}$) qui amochissent l'ensemble.

Question 19

Une matrice carrée est inversible si son déterminant est $\neq 0$.

$$\text{Ici } \text{Det}[M] = \begin{vmatrix} 0 & m & -ma \\ m & 0 & 0 \\ 0 & -ma & A \end{vmatrix} = m(mA - m^2a^2)$$

$$\text{Det}[M] = m^2(A - ma^2)$$

la matrice $[M]$ sera donc inversible si $A - ma^2 > 0$

or A est le moment d'inertie de l'ensemble par rapport à (I, \vec{x}) .

$$\text{D'après le théorème de Huygens } I_{S/(I, \vec{x})} = I_{S/(G_1, \vec{x})} + ma^2$$

puis que a est la distance entre I et G_1 .

Ainsi $(A - ma^2)$ n'est autre que $I_{S/(G_1, \vec{x})}$, moment d'inertie de l'ensemble par rapport à (G_1, \vec{x}) . Comme tout moment d'inertie, il s'agit d'un nombre positif.

→ La matrice $[M]$ est donc nécessairement inversible.

Question 20

Les valeurs propres de la matrice B sont:

$$\begin{cases} 3,3 \cdot 10^4 \text{ (rad.s}^{-1}\text{)}^2 \\ 0,2 \cdot 10^5 \text{ " } \\ 5,1 \cdot 10^5 \text{ " } \end{cases}$$

Ainsi, d'après les indications de l'énoncé les pulsations et fréquences propres du système sont donc :

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{3,3 \cdot 10^4} = 182 \text{ rad/s} \rightarrow f_1 = 29 \text{ Hz} \\ \omega_2 &= \sqrt{0,2 \cdot 10^5} = 141 \text{ rad/s} \rightarrow f_2 = 22 \text{ Hz} \\ \omega_3 &= \sqrt{5,1 \cdot 10^5} = 714 \text{ rad/s} \rightarrow f_3 = 114 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Le cahier des charges impose des fréquences propres qui soient supérieures à 20 Hz. Il est donc respecté.

PROBLÈME 2 DRONE QUADRI-ROTOR

C.1 Etude dynamique du basculement

Question C1 :

Les deux produits d'inertie cités sont nuls car le plan $(G_2, \vec{X}_2, \vec{Z}_2)$ est plan de symétrie.

Question C3 :

$$\begin{aligned} \vec{\sigma}_{O(E2/R_0)} &= \vec{\sigma}_{G2(E2/R_0)} + \overrightarrow{OG_2} \wedge m \overrightarrow{V_{G2, E2/R_0}} \\ &= \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ \dot{\beta}_2 \end{pmatrix} + (-d \cdot \vec{Y}_1) \wedge m (-d \cdot \dot{\alpha} \vec{Z}_1) \\ &= \boxed{(I_{xx} + m.d^2) \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 + I_{zz} \cdot \dot{\beta}_2 \cdot \vec{z}_1} \end{aligned}$$

Question C4 :

$$\begin{aligned} \vec{\delta}_{O(E2/R_0)} &= \frac{d}{dt} (\vec{\sigma}_{O(E2/R_0)}) \text{ (pas de terme complémentaire car O est un point fixe).} \\ &= \boxed{(I_{xx} + m.d^2) \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 - I_{zz} \cdot \dot{\beta}_2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 + I_{zz} \cdot \ddot{\beta}_2 \cdot \vec{z}_1} \end{aligned}$$

Question C5 :

$$\begin{aligned} R &\text{ est la projection sur l'axe } \vec{x}_1 \text{ de roulis : } R = (I_{xx} + m.d^2) \cdot \ddot{\alpha} \\ L &\text{ est la projection sur l'axe } \vec{z}_1 \text{ de lacet : } L = I_{zz} \cdot \ddot{\beta}_2 \\ C &\text{ est la projection sur l'axe } \vec{y}_1 : C = -I_{zz} \cdot \dot{\beta}_2 \cdot \dot{\alpha} \end{aligned}$$

Question C6 :

{ S1 } est un solide en rotation autour de l'axe $O\vec{x}_1$ fixe ; donc très simplement :

$$\vec{\delta}_{O(S1/R_0)} = IS1 \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{x}_1$$

Question C7 :

La seule modification à effectuer pour ce calcul est de remplacer l'expression de $\overrightarrow{OG_4} = -d \cdot \vec{Y}_1$ par $\overrightarrow{OG_4} = +d \cdot \vec{Y}_1$; et β_2 par β_4 ; alors :

$$\vec{\delta}_{O(E4/R_0)} = (I_{xx} + m.d^2) \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 - I_{zz} \cdot \dot{\beta}_4 \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 + I_{zz} \cdot \ddot{\beta}_4 \cdot \vec{z}_1$$

Le moment dynamique de l'ensemble balançoire : $\{B\} = \{E2\} + \{E4\} + \{S1\}$ dans son mouvement par rapport à $\{S0\}$ est obtenu par additivité :

$$\vec{\delta}_{O(B/R_0)} = (2.(I_{xx} + m.d^2) + IS1) \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 - I_{zz} \cdot (\dot{\beta}_2 + \dot{\beta}_4) \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 + I_{zz} \cdot (\ddot{\beta}_2 + \ddot{\beta}_4) \cdot \vec{z}_1$$

alors : $CB = -I_{zz} \cdot (\dot{\beta}_2 + \dot{\beta}_4) \cdot \dot{\alpha}$

Question C8 : Déterminer l'expression analytique de l'accélération angulaire $\ddot{\alpha}$ en fonction de F2, F4, des éléments inertiels et des distances.

On isole l'ensemble $\{B\} = \{E2\} + \{E4\} + \{S1\}$; Les actions mécaniques appliquées sont :

- les actions exercées par l'air sur les hélices ;
- l'action de la pesanteur (de moment nul car CDG en O) ;
- l'action du support $\{S0\}$ sur $\{S1\}$ (de moment nul car liaison 0/1 supposée sans frottement) ;

on utilise l'équation des moments du principe fondamental de la dynamique, en projection sur l'axe

$$\vec{x}_1 : \Sigma(M_{0,ext \rightarrow \{B\}} \cdot \vec{x}_1) = \vec{\delta}_{O(B/R_0)} \cdot \vec{x}_1$$

$$d.F4 - d.F2 = (2.(I_{xx} + m.d^2) + IS1) \cdot \ddot{\alpha}$$

d'où : $\ddot{\alpha} = \frac{d.(F4 - F2)}{2.(I_{xx} + m.d^2) + IS1}$

Question C9 :

$\ddot{\alpha}$ est constante ; le mouvement de rotation autour de O \vec{x}_1 est uniformément accéléré.

Donc si on considère les conditions initiales $\dot{\alpha} = 0$ rd/s et $\alpha = 0^\circ$:

$$\dot{\alpha} = \ddot{\alpha} \cdot t \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{1}{2} \ddot{\alpha} \cdot t^2$$

Question C10 :

$$\ddot{\alpha} = \frac{d.(F4 - F2)}{2.(I_{xx} + m.d^2) + IS1} = \frac{0,2.(2,1 - 0,9)}{2(18 \cdot 10^{-6} + 0,04 \cdot (0,2)^2) + 64 \cdot 10^{-4}} = \frac{0,24}{0,0032 + 0,0064} = \frac{24 \cdot 10^{-2}}{96 \cdot 10^{-4}}$$

on obtient : $\ddot{\alpha} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-2}} = 25 \text{ rd/s}^2$

or $CB = -I_{zz} \cdot (\dot{\beta}_2 + \dot{\beta}_4) \cdot \dot{\alpha}$

cherchons la valeur de la vitesse $\dot{\alpha}$ pour $\alpha = 0,5$ radians ($28,6^\circ$),

la loi de mouvement nous donne $t = \sqrt{\frac{2\alpha}{\ddot{\alpha}}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = 1/5 = 0,2 \text{ s}$

d'où $\dot{\alpha} = \ddot{\alpha} \cdot t = 25 \cdot 0,2 = 5 \text{ rd/s}$

alors $CB = -10^{-5} \cdot 1000 \cdot 5 = -0,05 \text{ Nm}$

Le moment généré autour de l'axe \vec{x} de roulis est :

$$M_h = d.F4 - d.F2 = d.(F4 - F2) = 0,2(1,2) = 0,24 \text{ Nm}$$

CB est 5 fois plus faible (en valeur absolue) que M_h ; et de plus il est calculé dans des conditions défavorables (accélération angulaire de roulis de 0° jusqu'à $28,6^\circ$) ; néanmoins ce couple peut conduire à une modification de l'angle de tangage simultanément à la manœuvre de roulis.

C.2 Etude de solutions de mesure d'inclinaison de roulis

Question C11 :

La sensibilité de l'accéléromètre est de $420 \cdot 10^{-3}$ Volts pour 10 m.s^{-2} .

Donc si $\text{acc}(t)$ est l'accélération qu'il subit : $U_a(t) / \text{acc}(t) = 420 \cdot 10^{-4} \text{ V}/(\text{m.s}^{-2})$

Sa mesure d'accélération en fonction de α donne $\text{acc}(t) = g \cdot \sin(\alpha(t))$

où : $\text{acc}(t) = 10 \cdot \alpha(t)$ pour α petit.

Donc : $\text{acc}(t) / \alpha(t) = 10$ (en $\text{m.s}^{-2} \cdot \text{rd}^{-1}$)

Donc : $U_a(t) / \alpha(t) = [U_a(t) / \text{acc}(t)] \cdot [\text{acc}(t) / \alpha(t)] = 420 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{rd}^{-1}$

Alors : $K_a = 0,42 \text{ V} \cdot \text{rd}^{-1}$

La bande passante à -3dB est $\omega_{0a} = 10^4 \text{ rd.s}^{-1}$ qui est aussi la pulsation de cassure (diagramme de Bode) ; alors la constante de temps est : $T_a = 1/\omega_0 = 10^{-4} \text{ s}$.

$$Fa(p) = \frac{K_a}{1 + T_a \cdot p} = \frac{0,42}{1 + 10^{-4} \cdot p}$$

Question C12 :

La fonction de transfert de l'ensemble accéléromètre + filtre est :

$$Fma(p) = \frac{420 \cdot 10^{-3}}{1 + 10^{-4} \cdot p} \cdot \frac{1}{1 + 2 \cdot p} = \frac{0,42}{(1 + 10^{-4} \cdot p) \cdot (1 + 2 \cdot p)}$$

on conserve la constante de temps la plus grande (2) qui correspond au pôle dominant :

$$Fma(p) = \frac{0,42}{1 + 2 \cdot p}$$

d'où la nouvelle constante de temps de l'ensemble Accéléromètre + filtre qui est donc celle du filtre : $t_{ma} = 2s$

Donc le temps de réponse à 5% est (résultat connu pour un système du 1^{er} ordre) :

$$tr1 = 3 \cdot t_{ma} = 6s.$$

Cette valeur est manifestement trop grande.

Question C13 :

La bande passante du gyromètre est très élevée par rapport aux fréquences qu'il devra traiter ; en conséquence il restitue sans déphasage le signal qu'il reçoit et se comporte donc comme un gain pur :

$$Fg(p) = Kg \quad \text{avec} \quad Kg = 6,67 \cdot 10^{-3} \text{ V}/(^{\circ}/\text{s}) \quad \text{ou} \quad 0,382 \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}$$

Question C14 :

Fi(p) est une fonction « intégrateur » ; Fi(p) = 1/p

Donc : $\frac{Mes\alpha(p)}{\Omega b(p)} = Kg / p$

Question C15 :

$\omega b(t) = 1^\circ / s$ correspond à $\Delta Ug(t) = 6,67 \cdot 10^{-3} V$

Intégrons entre 0 et 1s pour obtenir $Mes\alpha(t)$:

$Mes\alpha(t = 1) = \int_0^1 \Delta Ug(\tau) d\tau = 6,67 \cdot 10^{-3} \text{ degrés}$

pour $t > 1s$, cette valeur reste égale à la valeur obtenue pour $t = 1s$, car on intègre alors une quantité nulle.

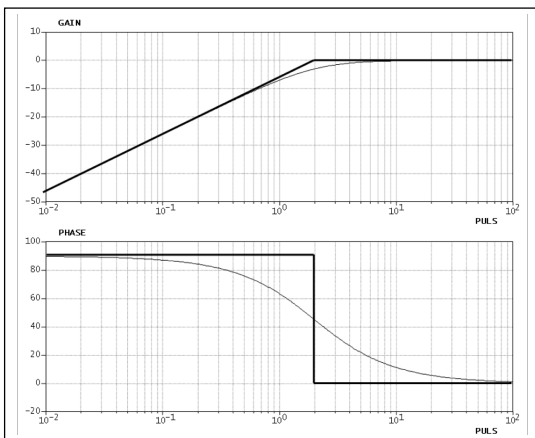
Question C16 :

Pour $t > 1s$, la valeur fournie par le gyromètre ne reste pas constante, on observe une dérive.

Cela est dû à la variabilité de la tension de sortie au repos qui génère une valeur non nulle après soustraction des 2,5V qui ne correspondent à une valeur moyenne. Cette constante est ensuite intégrée, ce qui génère une valeur non constante de l'angle.

Question C17 :

Diagramme asymptotique de Bode (amplitude et phase) de ce filtre pour $Tfg = 0,5 s$.



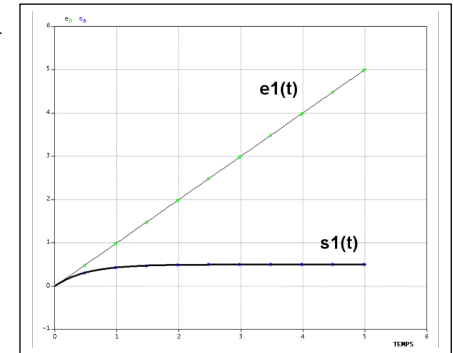
Question C18 :

$S1(p) = \frac{0,5 \cdot p}{1 + 0,5 \cdot p} \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{0,5}{p \cdot (1 + 0,5 \cdot p)}$

On reconnaît la réponse d'un système du premier ordre à un échelon, donc :

$S1(t) = 0,5 [1 - e^{-2t}]$

Le filtre supprime la rampe (signal considéré de basse fréquence si sa pente est faible) pour la transformer en une tension proportionnelle à sa dérivée ; cela permet de supprimer la dérive du gyromètre identifiée à la question C16.

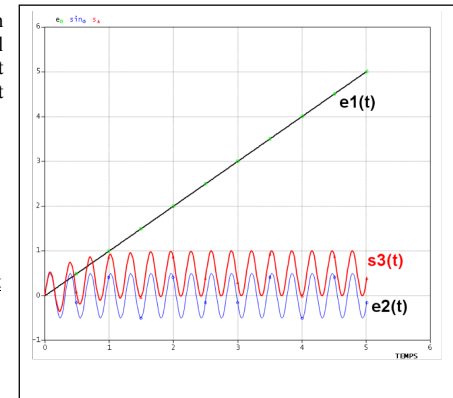


Question C19 :

D'après le diagramme de Bode tracé question C17, le rapport d'amplitude du signal sinusoïdal proposé de pulsation 20 rad/s n'est pas modifié par le filtre (le déphasage est aussi peu modifié).

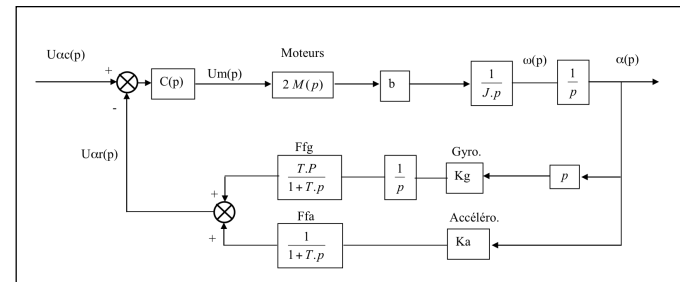
D'après le principe de superposition, il suffit donc d'ajouter la sinusoïde $s2(t) = e2(t)$ au signal $s1(t)$ obtenu question C18 pour obtenir le signal $s3(t)$.

On observe que les signaux de haute fréquence ne sont pas modifiés et ceci permet d'obtenir un capteur qui réagit avec rapidité et qui ne possède plus de dérive.



Question C20 :

le schéma-bloc peut être modifié comme suit :



Ce qui permet d'écrire :

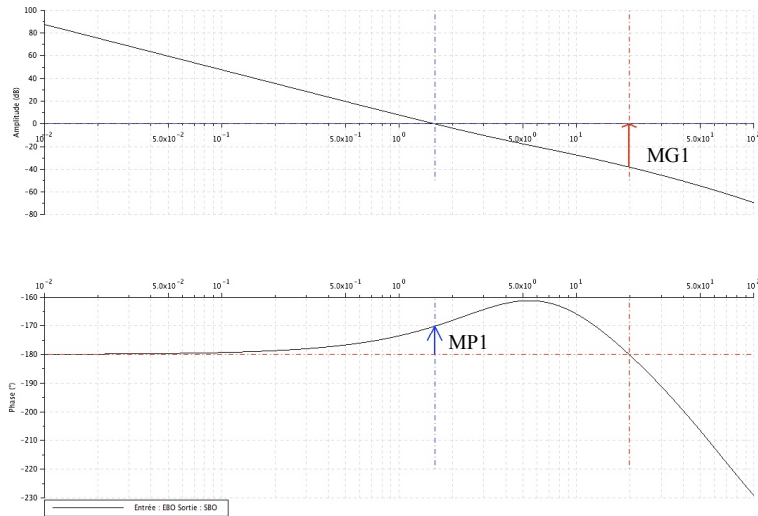
$B1(p) = \frac{2M(p)b}{J.p}$ et $B2(p) = \frac{Kg.T.p}{1+Tp} + \frac{Ka}{1+Tp} = \frac{Ka(1 + \frac{Kg}{Ka}T.p)}{1+Tp}$

Question C22 :

Sur le diagramme de Bode, on lit :

$MG1 \approx 40dB$; $MP1 \approx 10^\circ$

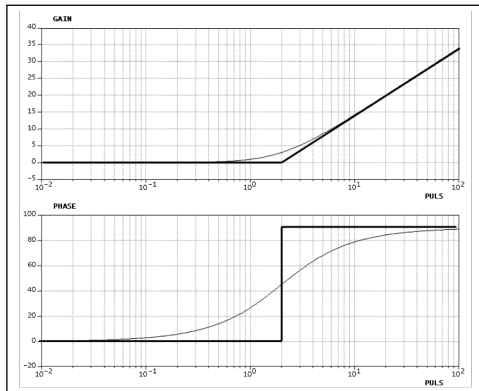
Les critères de marge de gain et de phase (respectivement 20dB et 60°) ne sont pas respectés.



Il est impossible de satisfaire la marge de phase par une simple correction proportionnelle, car une telle correction ne modifie pas la courbe de phase et que celle-ci ne dépassant jamais -160° , la marge de phase sera quel que soit le réglage inférieure à 20° .

Question C23 :

Le correcteur $C(p) = Kd.(1 + Td.p)$ provoque une avance de phase de 45° à sa pulsation de cassure ; on choisit donc celle-ci à 2 rad/s ; alors $Td = 1/2 = 0,5$ s

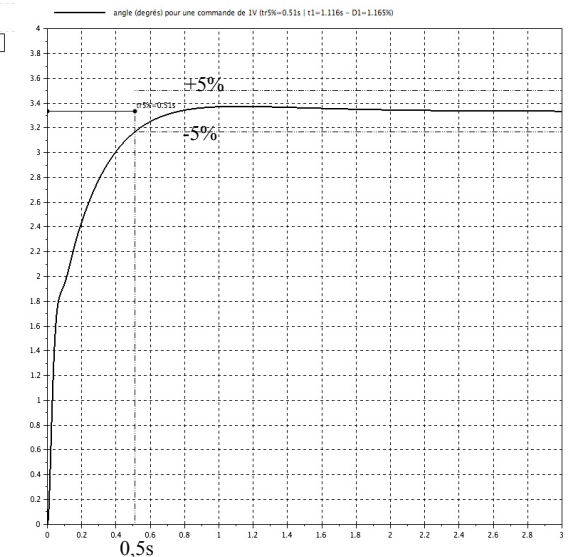
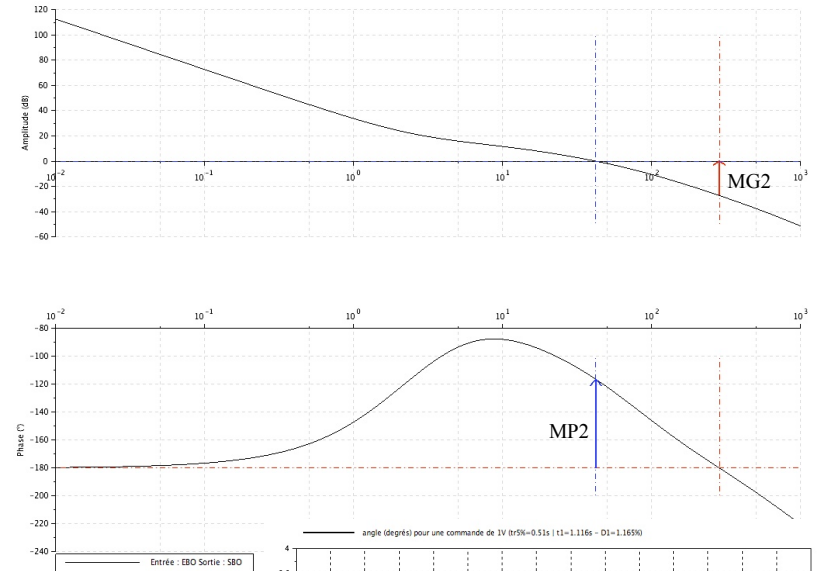


Question C24 :

On vérifie sur les courbes fournies que les marges de stabilité sont dans les limites (respectivement 20dB et 60°) exigées :

$MG2 \approx 25$ dB ; $MP2 \approx 62^\circ$

De même le temps de réponse devant être d'au maximum une seconde est respecté puis qu'il est de l'ordre de 0,5s.



C.3 Etude de solutions d'apprentissage supervisé

Question C25 :

L'I.A. doit réaliser une régression puisque la sortie (tension moteurs) est une grandeur continue.

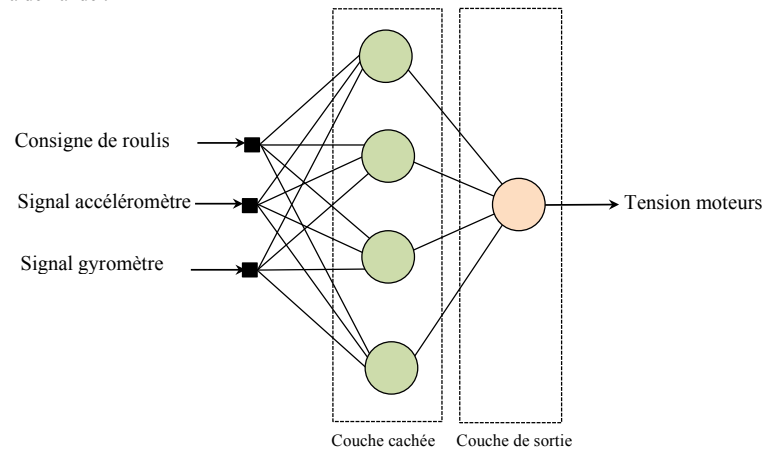
Question C26 :

Chaque donnée d'apprentissage est constituée d'un lot de trois entrées associée à la sortie attendue. Le tableau se présentera alors de la manière suivante et comportera autant de lignes que de données.

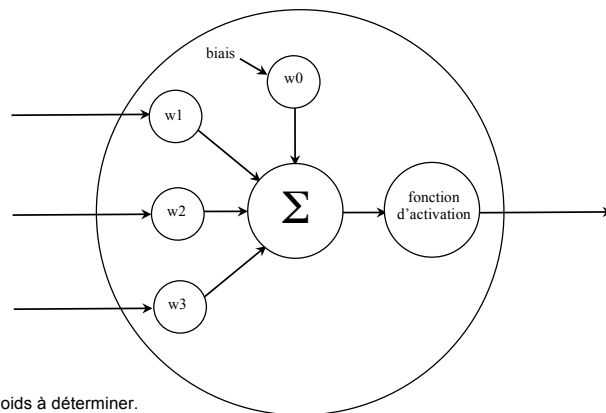
Consigne de roulis	Signal gyromètre	Signal accéléromètre	Tension moteurs

Question C27 :

Puisqu'il y a une seule sortie, le réseau contiendra un seul neurone de sortie. On complète alors le schéma demandé :



Question C28 :



où les w_i sont les poids à déterminer.

Question C29 :

Le réseau précédent contient :

- un neurone de sortie à 5 paramètres : un poids pour son biais et un poids pour chacune de ses quatre entrées ;
- quatre neurones cachés à 4 paramètres : un poids pour son biais et un poids pour chacune des trois entrées du réseau.

Il contient donc au total : $5 + 4 \times 4 = 21$ paramètres.

Si on généralise le raisonnement pour n neurones dans la couche cachée, cela donne :

- $1+n$ paramètres dans le neurone de sortie ;
- $4n$ paramètres dans la couche cachée.

Le réseau contient alors : $5n+1$ paramètres.

Question C30 :

Il s'agit cette fois d'une classification puisque la sortie est discrète (et même binaire).

Il semble pertinent de proposer une fonction d'activation de type Heaviside pour le neurone de sortie puisque la sortie de celle-ci est binaire.

Question C31 :

		Sorties prédites	
		Tension > 0	Tension < 0
Sorties attendues	Tension > 0	488	12
	Tension < 0	7	493

La matrice de confusion permet d'extraire les performances suivantes :

$$\text{Justesse} = \frac{488 + 493}{1000} = 98,10\%$$

$$\text{Sensibilité à } U > 0 = \frac{488}{500} = 97,60\%$$

$$\text{Sensibilité à } U < 0 = \frac{493}{500} = 98,60\%$$

$$\text{Précision pour } U > 0 = \frac{488}{495} = 98,59\%$$

$$\text{Précision pour } U < 0 = \frac{493}{505} = 97,62\%$$

Ces performances semblent très satisfaisantes et équilibrées pour les deux sorties : il n'y a pas de comportement privilégié.

Question C32 :

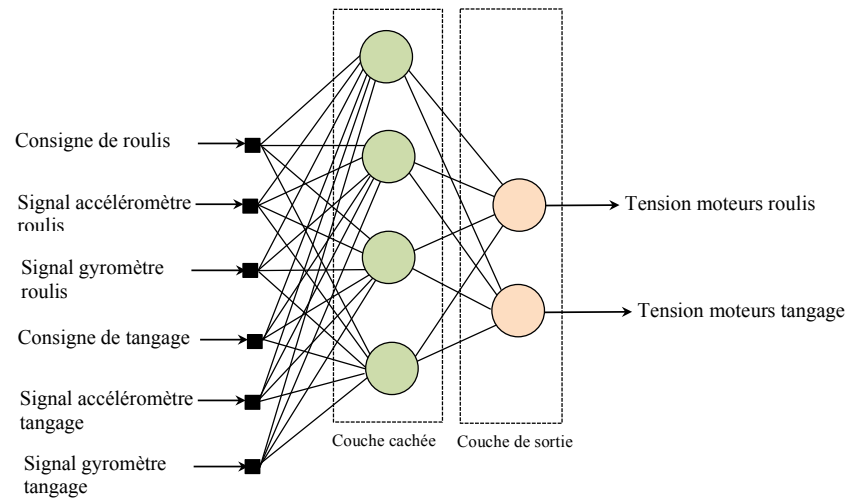
L'étude dynamique a mis en évidence un couplage gyroscopique entre les deux mouvements. Chacun influençant l'autre, il n'est pas possible de les commander indépendamment.

Question C33 :

Le réseau comportant cette fois deux sorties il doit comporter deux neurones de sortie.

Il y a maintenant six entrées : les deux commandes de roulis et de tangage et les deux fois deux signaux des capteurs (un inclinomètre et un gyromètre sur chaque axe).

On reprend alors le raisonnement conduit à la question C29, éventuellement en s'aidant d'un schéma de type celui réalisé à la question Q27 :



On compte alors :

- pour chaque neurone de la couche de sortie : $n+1$ paramètres
- pour chaque neurone de la couche intermédiaire : $6+1$ paramètres

Ce qui fait au total : $2(n+1) + 7n$ paramètres, soit $9n+2$ paramètres.

Question C34 :

En phase d'inférence un réseau de neurones ne fait que calculer l'équation de propagation alors qu'un KNN doit posséder la base de données d'apprentissage et calculer pour chaque nouveau vecteur d'entrées toute les distances à chacun des points d'apprentissage puis les trier. Cela prend de la place mémoire et surtout un temps de calcul bien supérieur à celui nécessaire avec un réseau de neurones. Pour le drone, le critère de rapidité est primordial ce qui conduit à exclure le KNN.