



 Ce devoir comporte deux problèmes totalement indépendants

■ Le 1<sup>er</sup> problème est extrait du sujet du concours Mines-Ponts PSI 2011. Il s'intéresse à un robot géotechnique (Roboclimber). L'extrait proposé est limité aux questions de dynamique.

**7 points.**



■ Le 2<sup>ème</sup> problème est un extrait modifié et complété du sujet du concours ICNA PSI 2011. Il s'intéresse à un drone quadri-rotor.

Les questions abordent la dynamique d'un virage, l'asservissement de la position angulaire, ainsi qu'un projet de commande par apprentissage supervisé et réseau de neurones.

**15 points.**



*7 + 12 > 20 : la promesse de chocolats tient toujours !*

*Aucun document n'est autorisé.*

*Toute calculatrice autonome est autorisée.*

**Il sera tenu compte de la qualité de la présentation dans la notation.**

*Bon courage.*

---

# PROBLÈME 1

## ROBOT DE CONSOLIDATION DE PAROIS ROCHEUSES ROBOCLIMBER

---

### I. Présentation

Roboclimber est un robot géotechnique utilisé pour la consolidation des talus de sols naturels ou des escarpements rocheux au dessus des routes ou des zones habitées. Il est issu d'un programme européen de recherche\* et est actuellement exploité par la société italienne d'ingénierie D'Appolonia.

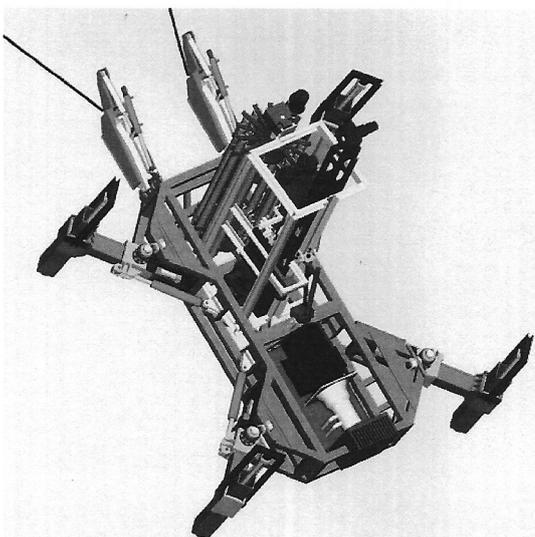
Lorsque des falaises ou talus menacent de s'effondrer sur des infrastructures, un des seuls remèdes consiste à consolider le versant en y forant des trous suivant un maillage régulier et à y enfoncer des pieux en acier qui structurent l'ensemble et le consolident.

Les travaux de forage sont réalisés habituellement soit par des équipes spécialisées en travaux acrobatiques encordés, soit à l'aide de plateformes élévatrices depuis le bas du versant si celui-ci est accessible.

Lorsque le site à consolider est dangereux ou difficile d'accès, le Roboclimber est utilisé car la plupart de ses actions sont automatisées, mettant ainsi à l'abri de tout risque les hommes chargés du chantier. Son utilisation réduit donc considérablement le coût d'un tel chantier.



\*: en particulier le laboratoire DIMEC de l'université de Gênes (Italie).



Le Roboclimber est un robot d'environ 3 tonnes transportant une unité autonome de forage et de pose des pieux. Il utilise pour se mouvoir et assurer son équilibre lors du forage 4 pieds indépendants, ainsi que deux câbles de traction fixés en hauteur.

Le diagramme *S45 ML* recensant les principales fonctions du Roboclimber est donné en ANNEXE 1. Le présent sujet se propose de vérifier les critères de performance liés à certaines de ces fonctions.

## V. FT 12 Positionner et stabiliser la plateforme

Cette fonction peut être décomposée en trois fonctions :

- FT 121 : Eviter le couplage entre la fréquence de percussion et les fréquences propres de la plateforme.
- FT 122 : Mettre la plateforme en position parallèle à la surface forée.
- FT 123 : Maintenir la plateforme parallèle à la surface forée pour éviter de "tordre" les tubes de forage.

**Cahier des charges global :**

Fonction	Critères	Niveau
<b>FT 121 : Eviter le couplage entre la fréquence de percussion et les fréquences propres de la plateforme.</b>	Fréquence propre de la plateforme $F_{pf}$ en Hz.	$F_{pf}$ n'appartient pas à la plage 0 - 20 Hz
<b>FT 122 : Mettre la plateforme en position parallèle à la surface forée.</b>	Précision de la position des pieds liés aux tiges des vérins hydrauliques	Ecart statique nul par rapport à la consigne de position.
	Rapidité de l'asservissement	$T_{5\%} = 0.15$ s
	Marges de stabilité	Marge de phase de $45^\circ$ Marge de gain de 10 dB
<b>FT 123 : Maintenir la plateforme parallèle à la surface forée.</b>	Angle de la plateforme avec la surface à forer : $\theta$	$\theta < \theta_{max} = 6^\circ$ ce qui correspond à un écart dynamique (dépassement) inférieur à 0,02 m.

### **FT 121 : Eviter le couplage entre fréquences**

Problématique : Les fréquences propres de la plateforme proviennent de sa structure déformable.

Le modèle simplifié utilisé ne prend en compte pour les pieds que leurs déformations axiales.

Le problème est considéré plan. Le paramétrage est donné en ANNEXE 3.

#### **Question 13.**

Le problème étant plan,  $(\vec{Y}, \vec{Z})$ , l'application du principe fondamental de la dynamique à la plateforme 1 (et tout ce qu'elle supporte) écrit au point I et dans la base  $(\vec{X}, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$  permet d'obtenir trois équations scalaires. Donner sans les développer ces trois équations.

Les questions 14,15 et 16 ont pour objectif la détermination des éléments cinétiques de ces équations.

#### **Question 14.**

Ecrire les éléments cinétiques de ces équations (moment dynamique et/ou résultante dynamique).

En considérant les déformations petites ainsi que leurs variations, on fera les approximations suivantes :  $\sin \theta = \theta$ ,  $\cos \theta = 1$ . De même seront négligés les infiniment petits du second ordre et plus, par exemple  $\theta \cdot \frac{d^2 Z}{dt^2}$  ou  $\theta \cdot \frac{dY}{dt}$ .

**Question 15.**

Linéariser ces éléments en prenant en compte les hypothèses faites sur les déformations.

**Question 16.**

Écrire ces éléments sous la forme matricielle suivante :

$$[M] \begin{bmatrix} \frac{d^2 q}{dt^2} \end{bmatrix} \text{ avec } [M] \text{ matrice des masses à définir et } \begin{bmatrix} \frac{d^2 Z}{dt^2} \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} \\ \frac{d^2 \theta}{dt^2} \end{bmatrix} =$$

Les mouvements des pieds par rapport à la plateforme dus à la déformation des éléments de la structure engendrent des actions mécaniques des pieds sur la plateforme. Celles-ci sont de deux natures :

- des actions dues au comportement élastique des matériaux
- des actions dues à la dissipation d'énergie liée à la vitesse de déformation.

La modélisation adoptée par le concepteur conduit à l'équation matricielle suivante :

$$[M] \begin{bmatrix} \frac{d^2 Z}{dt^2} \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} \\ \frac{d^2 \theta}{dt^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2\mu & 0 & 0 \\ 2b\mu & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dZ}{dt} \\ \frac{dY}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mg\cos\alpha \\ 2k & 0 & 0 \\ -2bk & 2bk & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \\ Y \\ \theta \end{bmatrix} = [F]$$

Dans cette équation, la matrice  $[F]$  ne contient que des éléments  $mg$  et  $F$  indépendants des paramètres du mouvement.

**Question 17.**

Interpréter cette équation matricielle en indiquant les éléments correspondant aux actions dues au comportement élastique des matériaux et ceux correspondant aux actions dues à la dissipation d'énergie.

Nous sommes en présence d'un système régi par des équations différentielles du second ordre.

**Question 18.**

Que peut-on penser du couplage des trois équations scalaires issues de l'équation matricielle ?

En notant  $[K] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mg\cos\alpha \\ 2k & 0 & 0 \\ -2bk & 2bk & 0 \end{bmatrix}$ , et  $[B] = [M]^{-1}[K]$  avec  $[M]^{-1}$  matrice inverse de  $[M]$

on sait que les racines carrées des valeurs propres de la matrice  $[B]$  sont sensiblement égales aux pulsations propres du système.

**Question 19.**

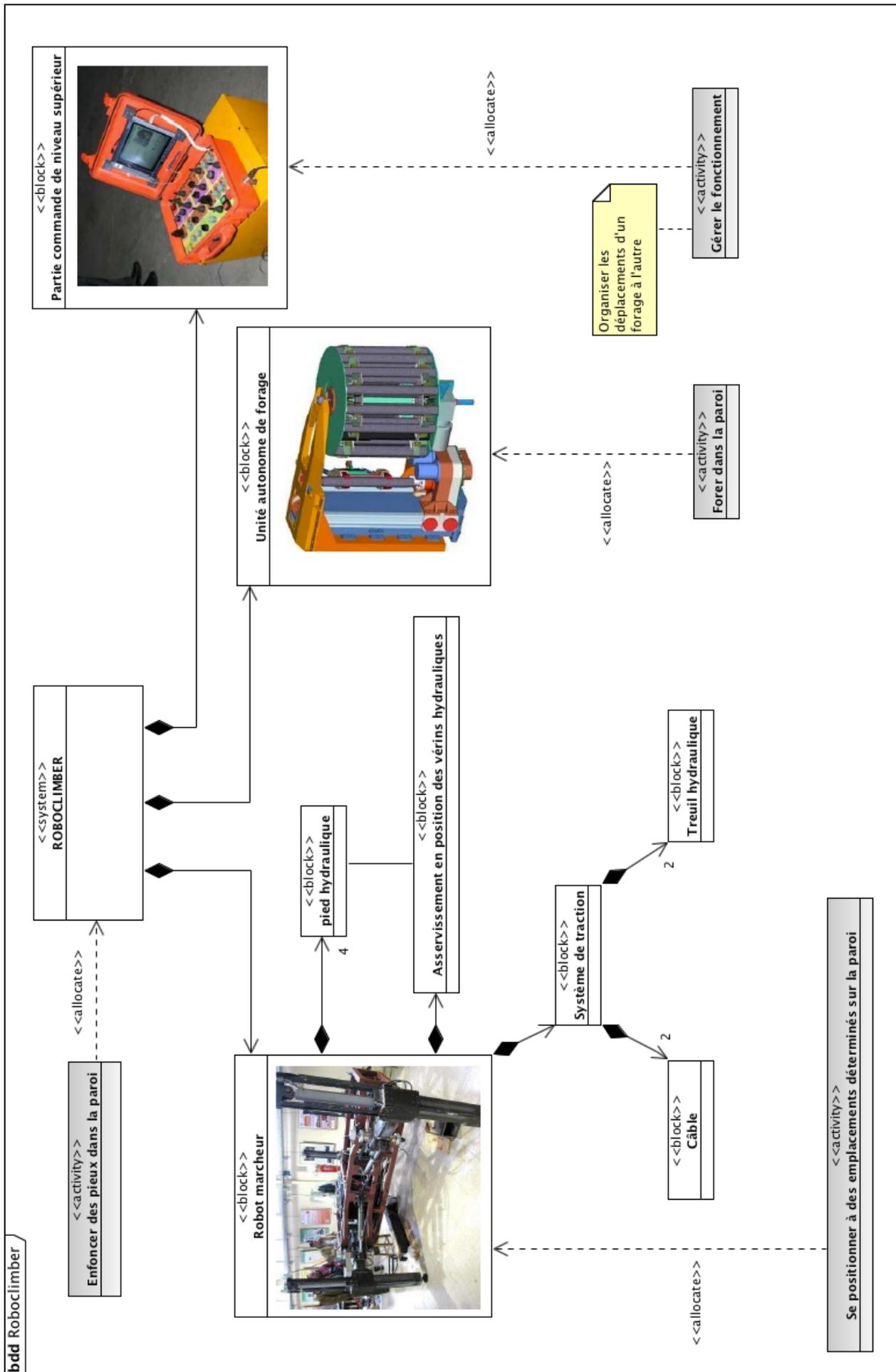
**A quelle condition une matrice est-elle inversible ? Cette condition est-elle toujours remplie dans le cas de la matrice  $[M]$  ?**

Un calcul, non demandé ici, donne pour la matrice  $[B]$  les valeurs propres suivantes :  $3,3 \cdot 10^4$ ,  $0,2 \cdot 10^5$  et  $5,1 \cdot 10^5$  exprimées en unités SI.

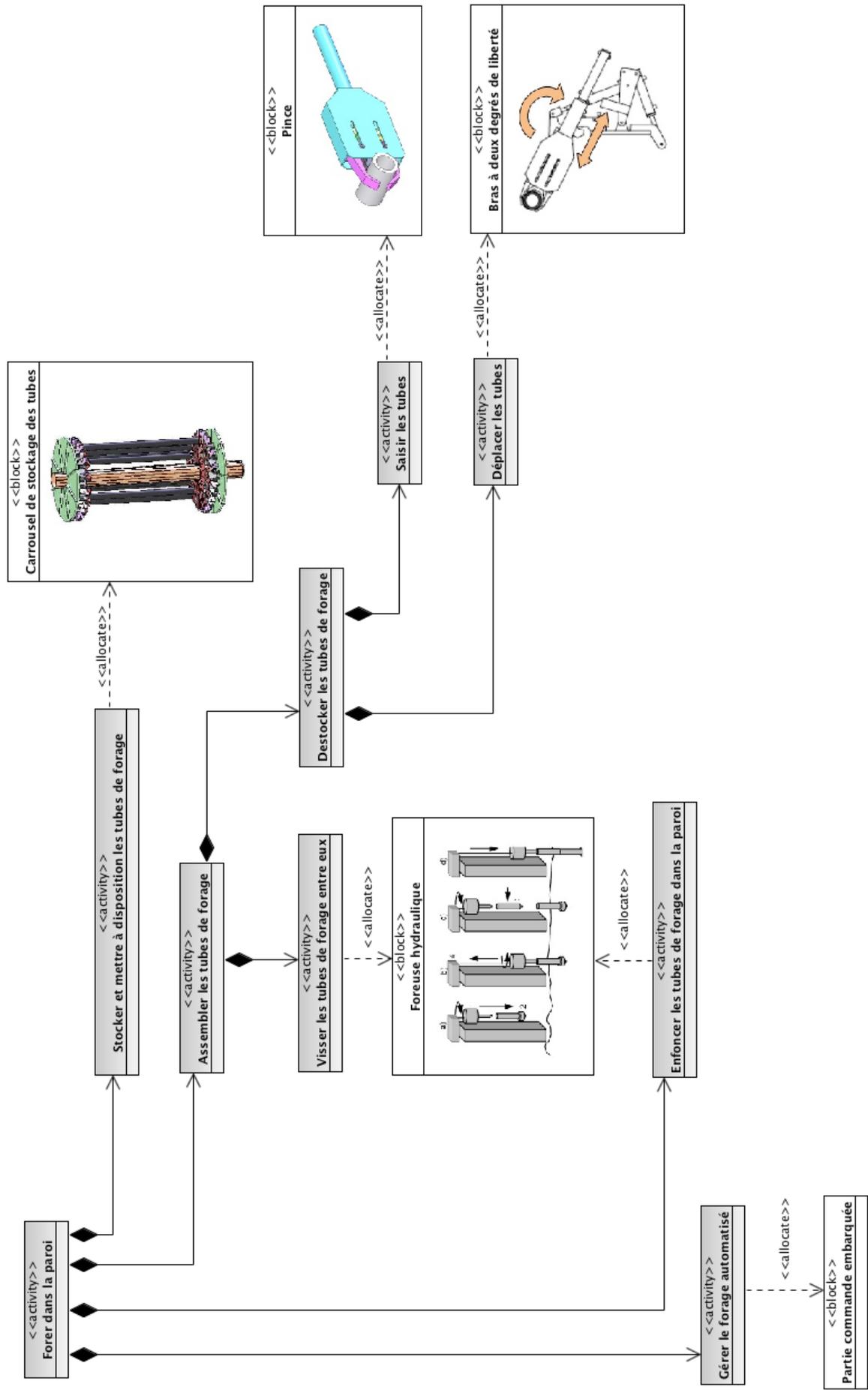
**Question 20.**

**En déduire les pulsations propres du système ainsi que ses fréquences propres. Le cahier des charges est-il respecté ?**

# ANNEXE 1 : Description fonctionnelle et structurale



**bdd Forer dans la paroi**



### ANNEXE 3

#### Modélisation pour l'étude des fréquences propres du système

On appellera structure l'ensemble constitué de la plateforme et des quatre pieds.

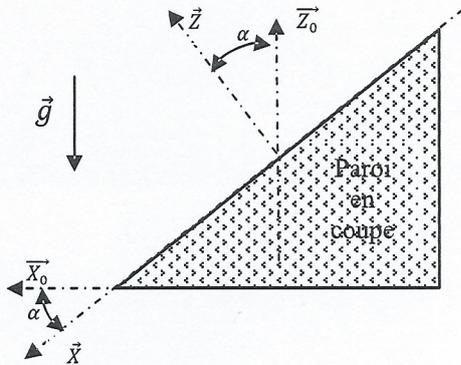
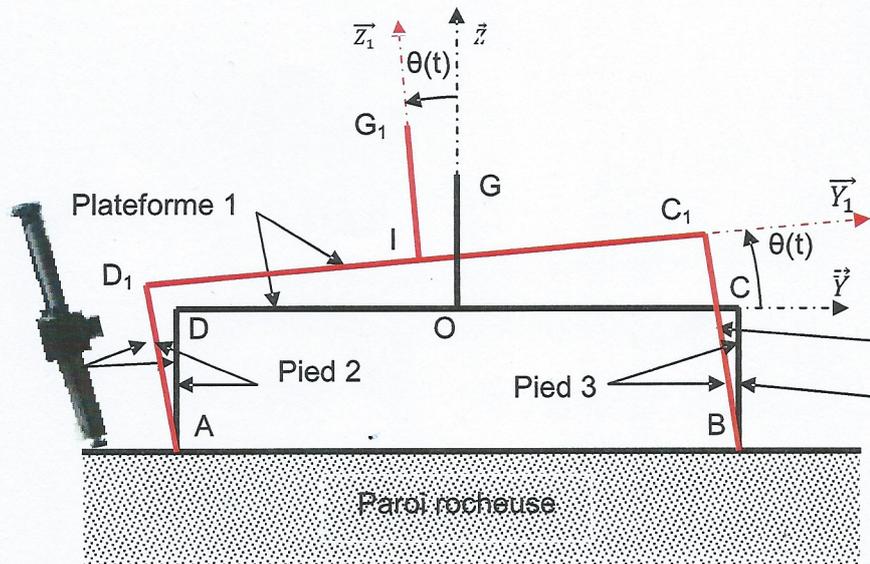


Figure 1 : Coupe transversale de la paroi.



Le repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est supposé galiléen.  
Le repère  $(I, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est lié à la plateforme.



Structure déformée (en rouge)  
Structure au repos (en noir)

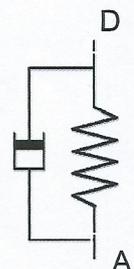
Figure 2 : Déformation de la structure.

#### Modélisation du comportement des pieds :

Le comportement des pieds est modélisé par un ensemble de ressorts de raideur  $k$  et d'amortisseurs de coefficient d'amortissement  $\mu$ .

L'action du pied 2 sur la plateforme 1 est donnée par :

$$\{2 \rightarrow 1\}_{D_1} = \begin{cases} -k \cdot (\Delta \overline{AD} \cdot \vec{z}_1) \cdot \vec{z}_1 - \mu \cdot \vec{z}_1 \cdot \left[ \frac{d}{dt} \overline{AD}_1 \cdot \vec{z}_1 \right]_{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} \\ \vec{0} \end{cases}_{D_1} \quad \text{avec } \Delta \overline{AD} = \overline{AD}_1 - \overline{AD}$$



et l'action du pied 3 sur la plateforme 1 est donnée par :

$$\{3 \rightarrow 1\}_{C_1} = \left\{ \begin{array}{c} -k \cdot (\Delta \vec{BC} \cdot \vec{Z}_1) \cdot \vec{Z}_1 - \mu \cdot \vec{Z}_1 \cdot \left[ \frac{d}{dt} \vec{BC}_1 \cdot \vec{Z}_1 \right]_{\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{C_1} \quad \text{avec } \Delta \vec{BC} = \vec{BC}_1 - \vec{BC}$$

Données :

$$\vec{OI} = y_{(t)} \cdot \vec{Y} + z_{(t)} \cdot \vec{Z} \quad \vec{OA} = -b \cdot \vec{Y} - d \cdot \vec{Z} \quad \vec{OB} = b \cdot \vec{Y} - d \cdot \vec{Z} \quad b = 1\text{m}$$

$G_1$  centre d'inertie et de gravité défini par :  $\vec{IG}_1 = a \cdot \vec{Z}_1$

Masse de la structure :  $m = 3000 \text{ kg}$

$k = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}$

Opérateur d'inertie de la structure écrit au point I :  $I_I(pf) = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix}_{I\vec{X}, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1}$

L'action mécanique des câbles sur la plateforme 1 est portée par l'axe  $\vec{X}$ .

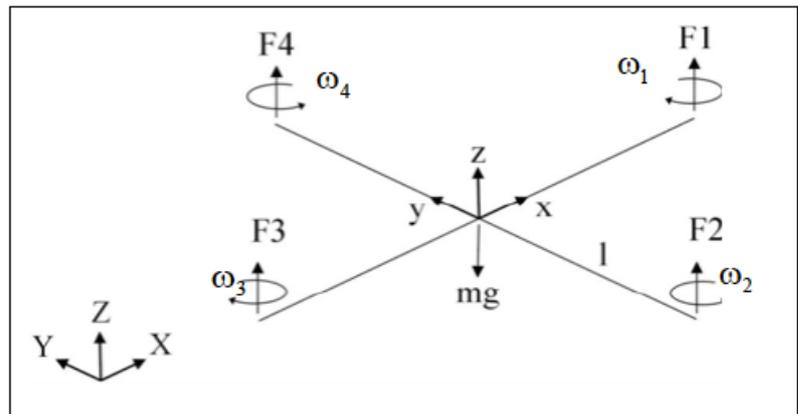
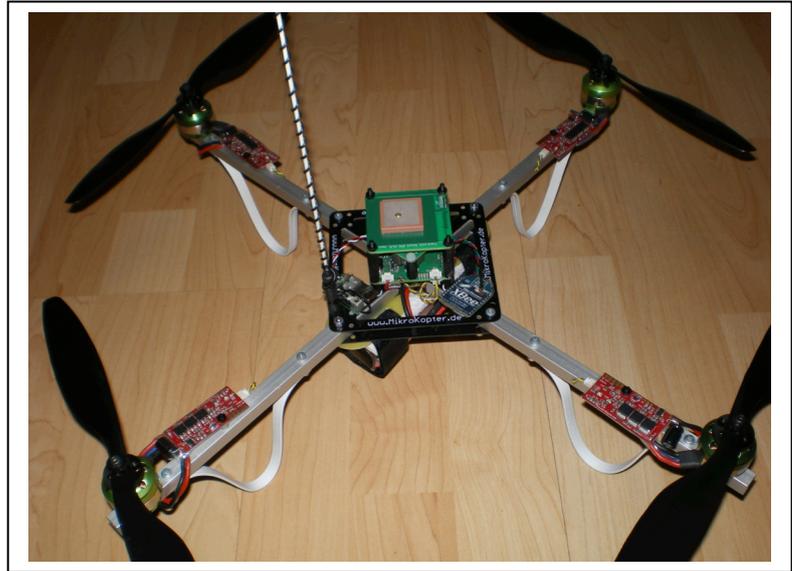
L'action mécanique due au forage sur la plateforme 1 est représentée par le torseur :

$$\{\text{Forage} \rightarrow 1\} = \begin{pmatrix} F\vec{Z} \\ C_f\vec{Z} \end{pmatrix}_I$$

## PROBLÈME 2 DRONE QUADRI-ROTOR

Le mini-drone, développé au sein de l'unité de recherche et d'innovation sur les drones à l'ENAC a été un des lauréats en mai 2009 du challenge mini-drone lancé par le ministère de la défense afin de simuler une mission opérationnelle de renseignement en zone urbaine, sa charge utile embarquée est constituée d'un appareil photo.

Cet hélicoptère quadri-rotor à pas fixe est une configuration très répandue dans le monde des micro-drones. Alors que les hélicoptères classiques utilisent un système mécanique complexe de pas cyclique et collectif, le quadri-rotor ne dispose d'aucun organe mécanique spécifique et assure son contrôle en agissant uniquement sur la vitesse de rotation de ses rotors. Cette simplicité permet de disposer d'un véhicule de faible coût, robuste et facile à miniaturiser.



Le contrôle vertical de l'appareil (translation suivant l'axe  $Z$ ) est obtenu en faisant varier simultanément la vitesse de rotation des quatre moteurs. Le contrôle en roulis (rotation autour de  $X$ ) et en tangage (rotation autour de  $Y$ ) est obtenu en faisant varier de manière différentielle les vitesses de rotation des moteurs d'un même axe ( $\omega_2/\omega_4$  pour le roulis et  $\omega_1/\omega_3$  pour le tangage). La rotation de lacet (autour de  $Z$ ) ne sera pas étudiée.

L'objectif est d'étudier le comportement du quadrirotor lors du basculement autour de l'axe  $\vec{x}$  de Roulis (moteurs  $F_2$  et  $F_4$  actifs).

Le réglage des différents constituants de la boucle d'asservissement nécessite de tester les solutions sur un support fixe ; pour cela il a été construit un support appelé « balançoire » (photo figure FC1).

C'est sur cette balançoire que seront réalisés les expérimentations dont les résultats seront analysés.

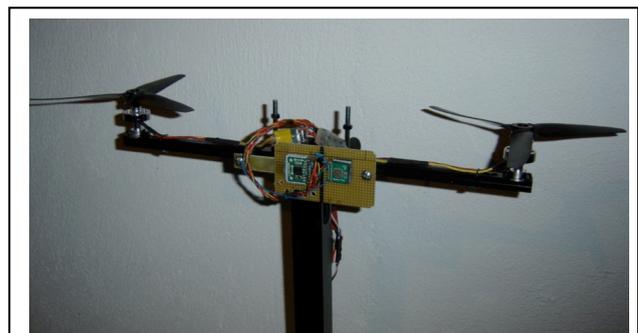


Figure FC1

## C.1 Etude dynamique du basculement

L'objectif de l'étude est de quantifier l'importance des effets dynamiques lors des changements d'inclinaison selon l'axe  $\bar{x}$  de roulis, et en particulier d'analyser le phénomène de couple gyroscopique induit perpendiculairement (selon l'axe de tangage).

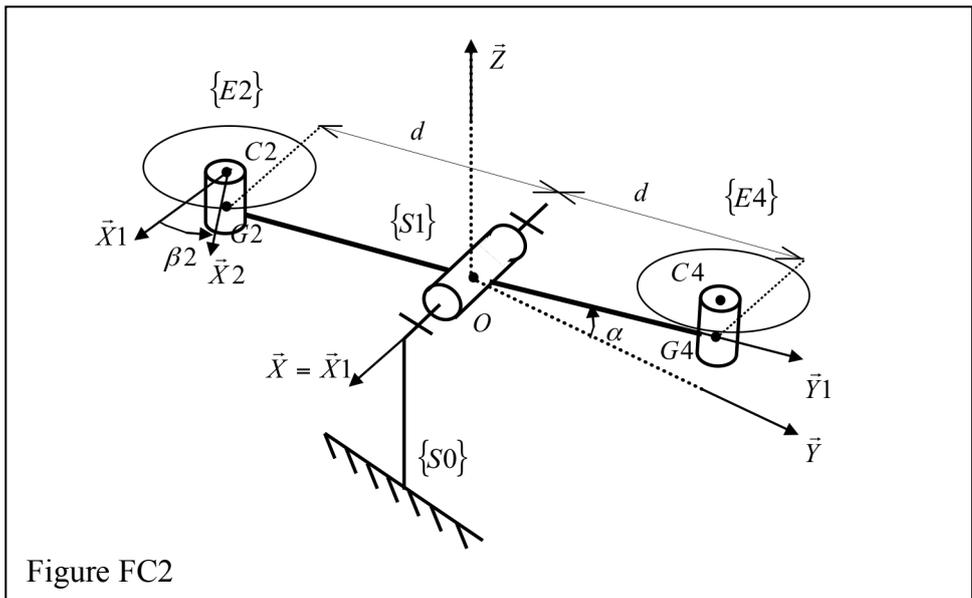
Le schéma paramétré du dispositif est fourni figure FC2.

On travaillera dans un premier temps sur l'ensemble  $\{E2\} = \{ \text{hélice 2} + \text{rotor moteur 2} \}$ , puis sur l'ensemble  $\{E4\} = \{ \text{hélice 4} + \text{rotor moteur 4} \}$  dont les caractéristiques inertielles sont identiques à celles de  $\{E2\}$ , et enfin on y adjoindra la structure  $\{S1\} = \{ \text{bras} + \text{stator moteur 2} + \text{stator moteur 4} \}$  qui comprend le bras reliant les deux moteurs et les stators de chaque moteur ;  $\{S1\}$  est en liaison pivot d'axe  $O\bar{x}$  par rapport au support fixe  $\{S0\}$  ; les frottements de cette liaison sont négligeables ;  $O$  est le centre de gravité de  $\{S1\}$ . On appelle « balançoire » l'ensemble  $\{B\} = \{E2\} + \{E4\} + \{S1\}$  ; son centre de gravité est  $O$ .

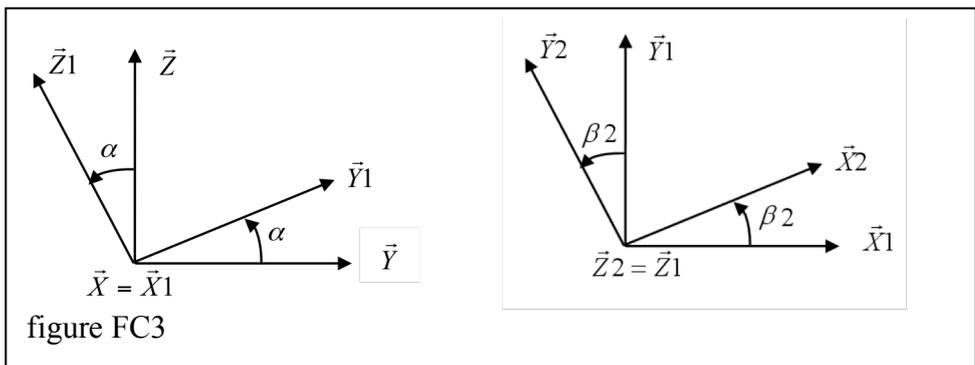
On note

$$R_0 = (0, \bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$$

Le repère fixe galiléen de référence, lié au support fixe  $\{S0\}$ .



Les différentes bases et les paramètres angulaires sont récapitulés figure FC3 :



Pour  $\{E2\}$ , l'hélice est un modèle tripale (figure FC4) de centre  $C2$  et dont les pales sont orientées à  $120^\circ$  les unes des autres.

Le rotor moteur sur lequel l'hélice est fixée est considéré comme un cylindre homogène ; la masse de l'ensemble  $\{E2\} = \{ \text{hélice 2} + \text{rotor moteur 2} \}$  est notée :  $m$  ; le centre de masse de l'ensemble est  $G2$  situé sur l'axe  $C_2\bar{Z}_1$  ; la masse de l'hélice seule est notée  $m_h$ .

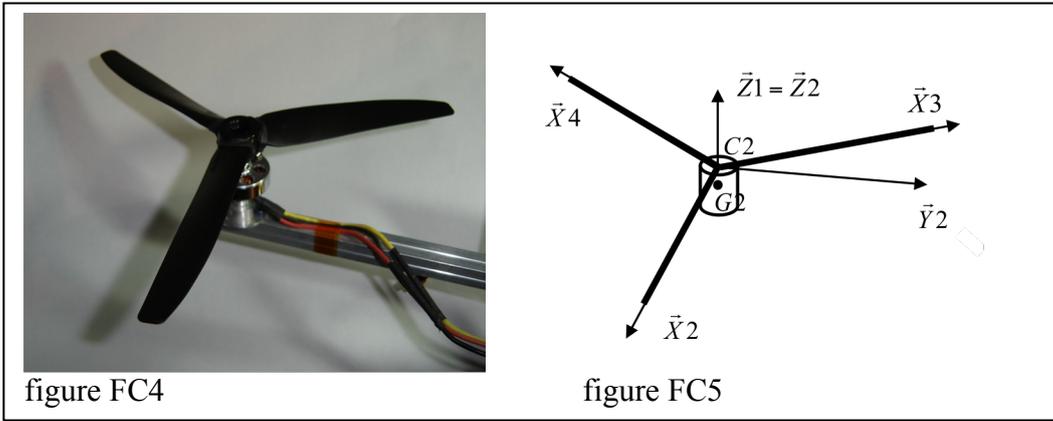


figure FC4

figure FC5

On donne la matrice d'inertie de cet ensemble  $\{E2\}$  :  $I_{G_2(E2)} = \begin{pmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{pmatrix} (G_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1)$

**Question C1** : Indiquer quelle est la particularité géométrique qui permet de dire que  $I_{xy} = I_{yz} = 0$ .

**Question C2** : *question supprimée*

On admettra sans démonstration que la matrice  $I_{G_2(E2)}$  de  $\{E2\}$  est identique dans la base  $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1)$  et dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  et qu'elle est diagonale.

On utilisera pour la suite la matrice d'inertie de l'ensemble  $\{E2\}$  suivante :

$$I_{G_2(E2)} = \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix} (G_2, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$$

au point  $G_2$ , exprimée dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .

On donne :  $\overrightarrow{OG_2} = -d \cdot \vec{y}_1$  avec  $d = 0,2$  m

**Question C3** : donner l'expression analytique au point O, du moment cinétique  $\vec{\sigma}_{O(E2/R_0)}$  de  $\{E2\}$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .

**Question C4** : donner l'expression analytique au point O, du moment dynamique  $\vec{\delta}_{O(E2/R_0)}$  de  $\{E2\}$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .

**Question C5** : Identifier dans l'expression du moment dynamique, chacun des termes associés aux dénominations suivantes :

R = « moment des effets dynamiques selon l'axe de Roulis » ;

L = « moment des effets dynamiques selon l'axe de Lacet » ;

C = « moment des effets dynamiques de Coriolis » ou « couple gyroscopique ».

On donne le moment d'inertie  $IS1$  de la structure  $\{S1\}$  par rapport à l'axe  $O\vec{x}$ .

**Question C6** : Donner l'expression analytique du moment dynamique  $\vec{\delta}_{O(S1/R_0)}$ .

On utilise l'angle  $\beta_4$  pour paramétrer la position angulaire de  $\{E4\}$  par rapport à  $\{S1\}$ .

On étudie l'ensemble  $\{E4\} = \{ \text{hélice 4} + \text{rotor moteur 4} \}$ .

La matrice d'inertie de  $\{E4\}$  exprimée en  $G4$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est identique à la matrice de

$$\{E2\} \text{ exprimée en } G2 : I_{G_4(E4)} = \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix} (G_4, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1) ; \text{ On a : } \overrightarrow{OG_4} = +d \cdot \vec{Y}_1$$

**Question C7 :** à partir des résultats obtenus à la question C4, donner l'expression analytique au point O, du moment dynamique  $\vec{\delta}_{O(E4/R_0)}$  de  $\{E4\}$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  en fonction (entre autre) de l'angle  $\beta_4$  et de ses dérivées ;

En déduire l'expression analytique  $\vec{\delta}_{O(B/R_0)}$  du moment dynamique de l'ensemble balançoire :  $\{B\} = \{E2\} + \{E4\} + \{S1\}$  dans son mouvement par rapport à  $\{S0\}$  et exprimer le terme CB = « moment des effets dynamiques de Coriolis » ou « couple gyroscopique » qui s'exerce sur l'ensemble  $\{B\}$ .

On donne les résultantes des actions exercées par l'air sur les hélices H2 et H4, du fait de leur rotation :  $\vec{F2} = F2 \cdot \vec{z}_1$  et  $\vec{F4} = F4 \cdot \vec{z}_1$ .

**Question C8 :** Déterminer l'expression analytique de l'accélération angulaire  $\ddot{\alpha}$  en fonction de F2, F4, des éléments inertiels et des distances.

**Question C9 :** Quel type de mouvement obtient-on pour  $\{S1\}$ , si F2 et F4 prennent des valeurs constantes différentes l'une de l'autre ?

En déduire l'expression (en fonction de  $\ddot{\alpha}$  et du temps t) de la vitesse angulaire  $\dot{\alpha}$  et de la position  $\alpha$ , si l'on considère les conditions initiales  $\dot{\alpha} = 0$  rd/s et  $\alpha = 0^\circ$ .

Pour la suite, dans l'objectif de déterminer la valeur numérique du « couple gyroscopique » CB obtenu question C7 et pour la configuration de mouvement obtenue question C9, on utilise les données numériques suivantes :

$$d = 0,2 \text{ m} ; m = 0,04 \text{ kg} ; IS1 = 64 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2 ;$$

$$I_{G_4(E4)} = I_{G_2(E2)} = \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix} (G_2, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1) = \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$$

On se place dans la configuration idéale pour laquelle les moteurs passent instantanément de la vitesse  $\dot{\beta}_2 = \dot{\beta}_4 = 500 \text{ rd/s}$  aux vitesses  $\dot{\beta}_2 = 400 \text{ rd/s}$  ;  $\dot{\beta}_4 = 600 \text{ rd/s}$  ; Dans ce cas les efforts F2 et F4 prennent les valeurs F2 = 0,9 N et F4 = 2,1 N.

**Question C10 :** calculer la valeur numérique de l'accélération angulaire  $\ddot{\alpha}$  ; en déduire la valeur du couple gyroscopique CB pour la position  $\alpha = 0,5$  radians ( $28,6^\circ$ ).

Comparer le résultat obtenu avec la valeur du moment Mh généré autour de l'axe  $\vec{x}$  de roulis par les actions  $\vec{F2}$  et  $\vec{F4}$  des hélices pendant le mouvement de basculement.

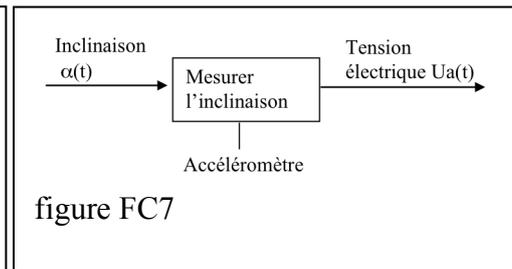
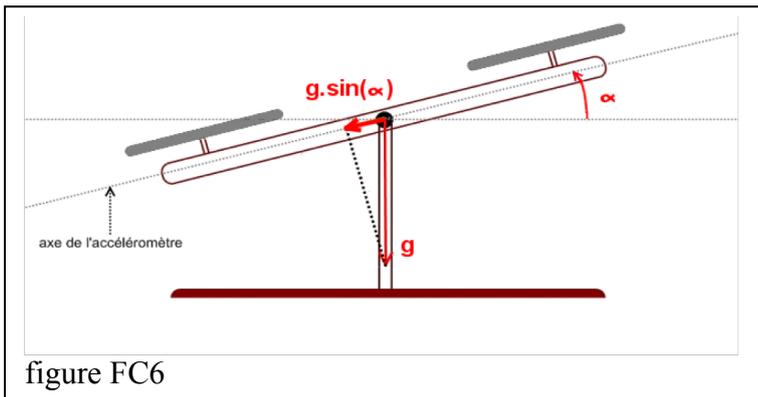
Conclure sur l'importance relative du couple gyroscopique lors de l'utilisation du drone et à son influence éventuelle lors des manoeuvres.

## C.2 Etude de solutions de mesure d'inclinaison de roulis

L'objectif de cette partie est d'analyser les performances de capteurs susceptibles de mesurer le roulis. On traitera successivement l'utilisation d'un accéléromètre, puis d'un gyromètre ; à chaque fois on étudiera une solution correctrice qui minimise les défauts inhérents à chaque capteur, et enfin on traitera une solution qui rassemble les deux capteurs en exploitant chacun d'eux dans son domaine de performance optimale. Un correcteur sera choisi pour régler la boucle d'asservissement.

### C2.1 Mesure de l'angle de roulis par un accéléromètre

Les figures FC6 et FC7 présentent le principe de l'utilisation de l'accéléromètre pour mesurer l'angle d'inclinaison de roulis : il mesure l'accélération  $g \cdot \sin(\alpha)$  pour fournir  $\alpha$ .



On donne certaines des caractéristiques de l'accéléromètre ADXL 322 (Analog device)

Etendue de mesure	+ ou - 2 g (g = accélération de la pesanteur)
Bande passante à -3 dB	$f_a = 1,6 \text{ kHz}$ ou $\omega_{0a} = 10^4 \text{ rad.s}^{-1}$
Sensibilité	420 mV/g (g = accélération de la pesanteur)

On choisit de caractériser l'accéléromètre par un modèle du premier ordre de fonction de transfert

$$Fa(p) = \frac{Ka}{1 + Ta.p}$$

**Question C11 :** donner les valeurs des grandeurs Ka et Ta dans les unités du système international (SI) que l'on précisera.

L'utilisation d'un accéléromètre pour mesurer le roulis est assortie d'un inconvénient : une accélération ou une vibration du drone risque d'être perçue comme une inclinaison de celui-ci. Pour pallier cet inconvénient, on installe un filtre passe-bas du premier ordre, de fonction de transfert

$$Ffa(p) = \frac{1}{1 + 2.p}$$

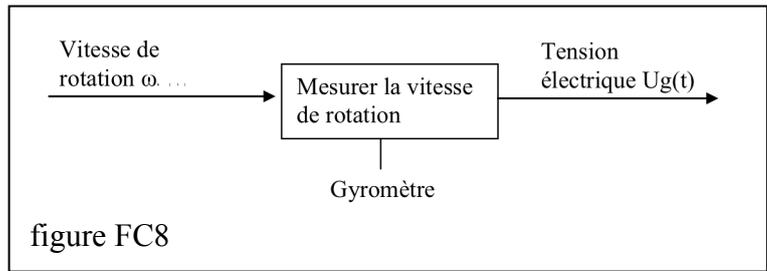
pour que le système ne prenne pas en compte les phénomènes rapides d'accélération ou de vibration.

**Question C12 :** Donner la fonction de transfert Fma(p) de l'ensemble Accéléromètre + filtre ; donner une expression simplifiée qui ne conserve que le pôle dominant ; en déduire la constante de temps (tma), puis le temps de réponse à 5% (tr1) de l'ensemble accéléromètre+filtre.

## C2.2 Mesure de l'angle de roulis par un gyromètre

Pour améliorer le temps de réponse du système, on se propose d'utiliser un gyromètre.

La fonction globale du gyromètre est décrite par le diagramme d'analyse fonctionnelle figure FC8 : l'entrée est la vitesse angulaire  $\omega b(t)$  de la balançoire ; la sortie est une tension  $Ug(t)$



On donne certaines des caractéristiques du gyromètre MLX90609 (Melexis)

Etendue de mesure	+ ou - 300 °/s
Bande passante à -3 dB	75 Hz
Sensibilité	6,67 mV/°/s (ou 0,382 V.rad <sup>-1</sup> .s)
Tension de sortie au repos : $Ug_0$	2,5 V à 25°C (selon température : min : 2,45 V ; max : 2,55 V)

On propose la fonction de transfert  $Fg(p) = \frac{Kg}{1 + Tg.p}$  pour caractériser ce gyromètre.

**Question C13 :** sachant que les fréquences maximales que le gyromètre devra traiter pour le contrôle de l'angle de roulis sont de l'ordre de 5 Hz ; donner une expression simplifiée de  $Fg(p)$  ; préciser la (les) valeur(s) numérique(s).

Dans un but de simplification, dans la suite, on ne fera pas de différence entre les grandeurs analogiques et les grandeurs numériques issues du traitement réalisé par les convertisseurs analogiques/numériques du drone.

Le micro-contrôleur qui gère le fonctionnement a besoin de connaître la position angulaire et non la vitesse de rotation.

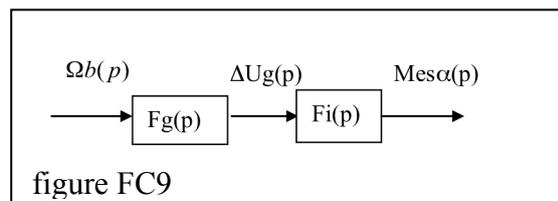
Soit  $Mes\alpha$  la mesure de la position angulaire  $\alpha$ . Pour obtenir cette mesure de position, le micro-contrôleur effectue les deux opérations suivantes :

- 1- il calcule l'écart  $\Delta Ug(t) = Ug(t) - Ug_0$  ( $Ug_0$  : tension de sortie au repos) ;
- 2- il calcule l'angle  $Mes\alpha(t) = \int_0^t \Delta Ug(\tau) d\tau$

Le tableau ci-dessous présente les notations des transformées de Laplace des différentes grandeurs :

Grandeur	$\omega b(t)$	$\Delta Ug(t)$	$Mes\alpha(t)$
Transformée de Laplace	$\Omega b(p)$	$\Delta Ug(p)$	$Mes\alpha(p)$

Le schéma-bloc associé au fonctionnement du gyromètre et du micro-contrôleur est alors donné par la figure FC9 :



**Question C14 :** Donner l'expression de  $\frac{Mes\alpha(p)}{\Omega b(p)}$ .

Sur le système balançoire, on a réalisé un mouvement en créneau unitaire de vitesse angulaire (figure FC10) :

$$\dot{\alpha}(t) = \omega b(t) = 0 \text{ pour } t < 0 ;$$

$$\dot{\alpha}(t) = \omega b(t) = 1^\circ/s \text{ pour } 0 < t < 1s ;$$

$$\dot{\alpha}(t) = \omega b(t) = 0 \text{ pour } t > 1s.$$

**Question C15** : Calculer dans le domaine temporel la valeur de  $Mes\alpha(t)$  en volts, pour  $t = 1s$ .

Donner la valeur de  $Mes\alpha(t)$  pour  $t > 1s$ .

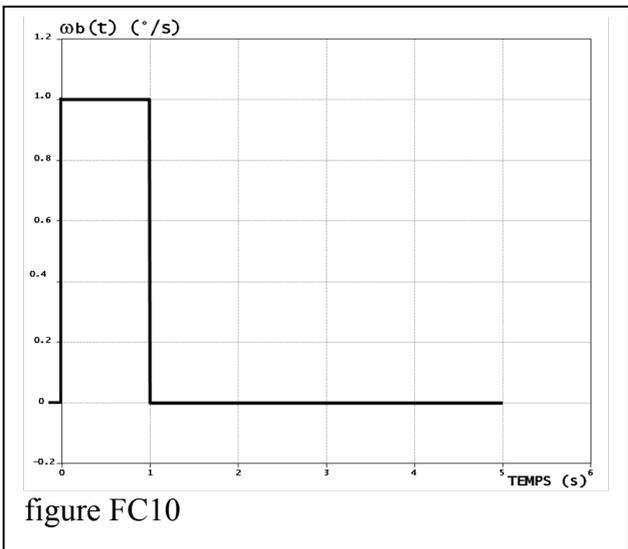


figure FC10

On propose un enregistrement de la réponse du système, réalisé avec le gyromètre (figure FC11).

**Question C16** : Quel problème identifiez-vous sur cette réponse ?

Expliquez pourquoi le défaut qui correspond à la donnée du constructeur :

« Tension de sortie au repos  $U_{g0} = 2,5 \text{ V}$  à  $25^\circ\text{C}$  (min :  $2,45 \text{ V}$  ; max :  $2,55 \text{ V}$  selon température) »

peut être à l'origine de ce problème.

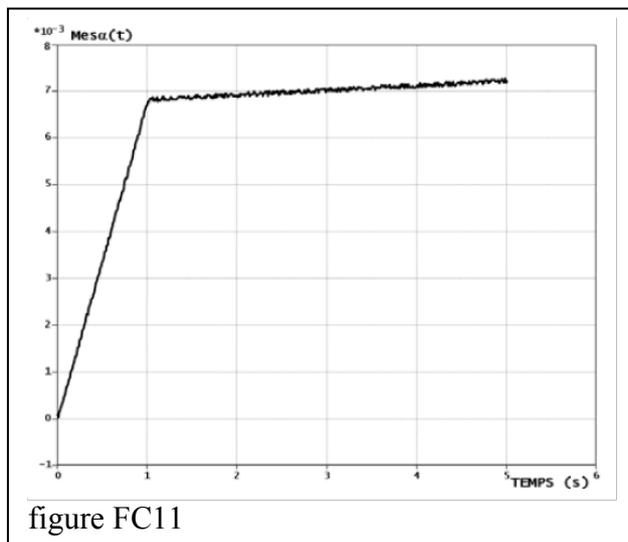


figure FC11

Pour éviter le problème identifié on propose de placer en série, entre le gyromètre et le microcontrôleur, un filtre de fonction de transfert  $F_{fg}(p) = \frac{T_{fg} \cdot p}{1 + T_{fg} \cdot p}$

**Question C17** :

Tracer le diagramme asymptotique de Bode (amplitude et phase) de ce filtre pour  $T_{fg} = 0,5 \text{ s}$ .

On rappelle que la transformée de Laplace inverse de  $\frac{1}{p + a}$  est :  $e^{-at}$ .

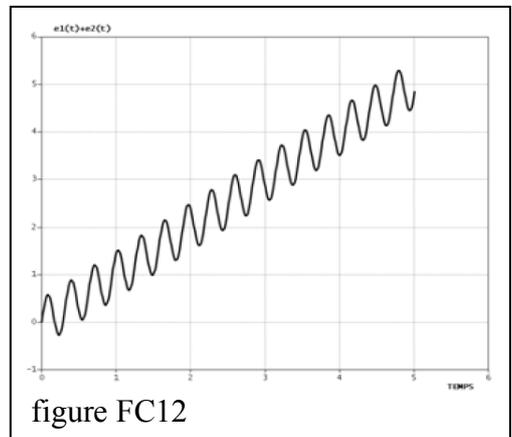
On note  $u(t)$  la fonction de Heaviside telle que :  $u(t) = 0$  si  $t < 0$  ;  $u(t) = 1$  si  $t \geq 0$ .

**Question C18** : déterminer l'expression temporelle du signal  $s1(t)$  généré à travers ce filtre par une entrée en rampe :  $e1(t) = t \cdot u(t)$  dont la transformée de Laplace est :  $E1(p) = \frac{1}{p^2}$  ;

Tracer l'allure de  $s1(t)$  sur une durée de 5 secondes.

Quel effet bénéfique du filtre peut-on observer par rapport au problème identifié à la question C16 ?

Analyse complète de l'effet du filtre : On superpose à l'entrée  $e_1(t)$  précédente, un signal sinusoïdal  $e_2(t)$  de pulsation 20 rd/s et d'amplitude 0,5 pour obtenir le signal de la figure FC12.



**Question C19 :**

A partir du tracé du diagramme de Bode du filtre, analyser son influence sur le signal  $e_2(t)$  ;  
 Tracer l'allure de la réponse  $s_3(t)$  générée par le signal  $e_1(t)+e_2(t)$  à travers le filtre.  
 Conclure par rapport à la recherche de rapidité dans la réponse du capteur de roulis.

**C2.3 Mesure de l'angle de roulis par combinaison des mesures de l'accéléromètre et du gyromètre**

On se propose maintenant de combiner les effets bénéfiques de l'accéléromètre et du gyromètre associés à leurs filtres respectifs :

- accéléromètre+filtre  $Ffa$  = précis en valeur moyenne ;
- gyromètre+filtre  $Ffg$  = rapide.

Le schéma-bloc de la commande est proposé figure FC13.

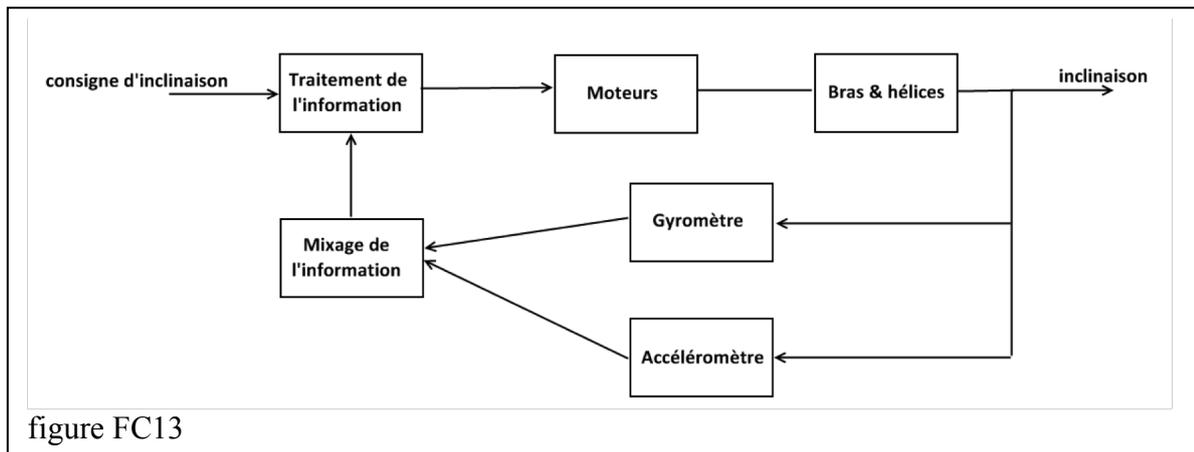


figure FC13

La figure FC14 donne le détail de modélisation des différents constituants ; les grandeurs physiques indiquées représentent les transformées de Laplace des grandeurs obtenues pour des variations autour du point de fonctionnement  $\alpha = 0^\circ$ .

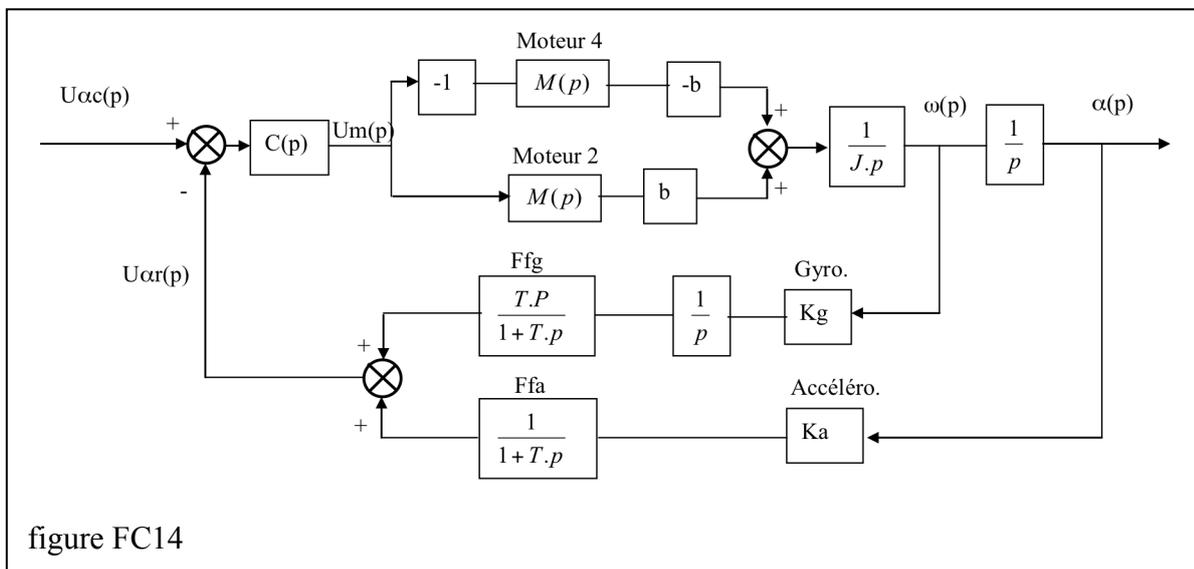
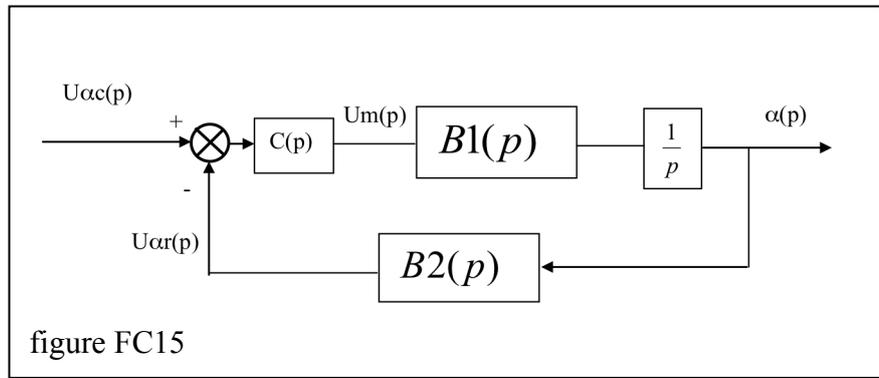


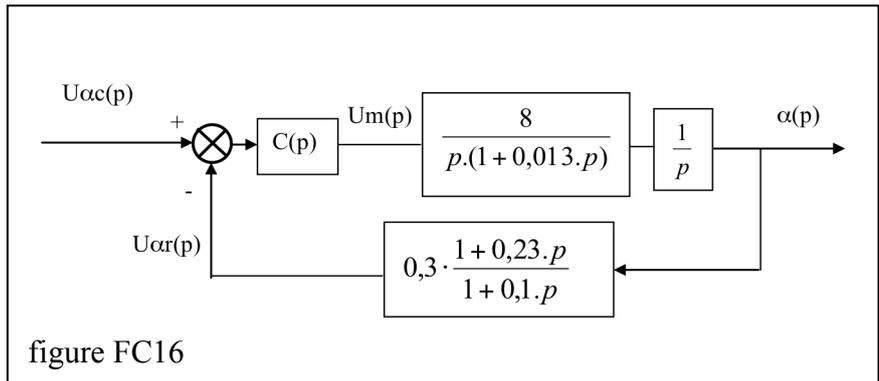
figure FC14

On souhaite simplifier ce schéma-bloc pour obtenir la forme proposée figure FC15.



**Question C20 :** Donner les expressions des fonctions de transfert  $B1(p)$ ,  $B2(p)$  en fonction des données du schéma-bloc de la figure FC14.

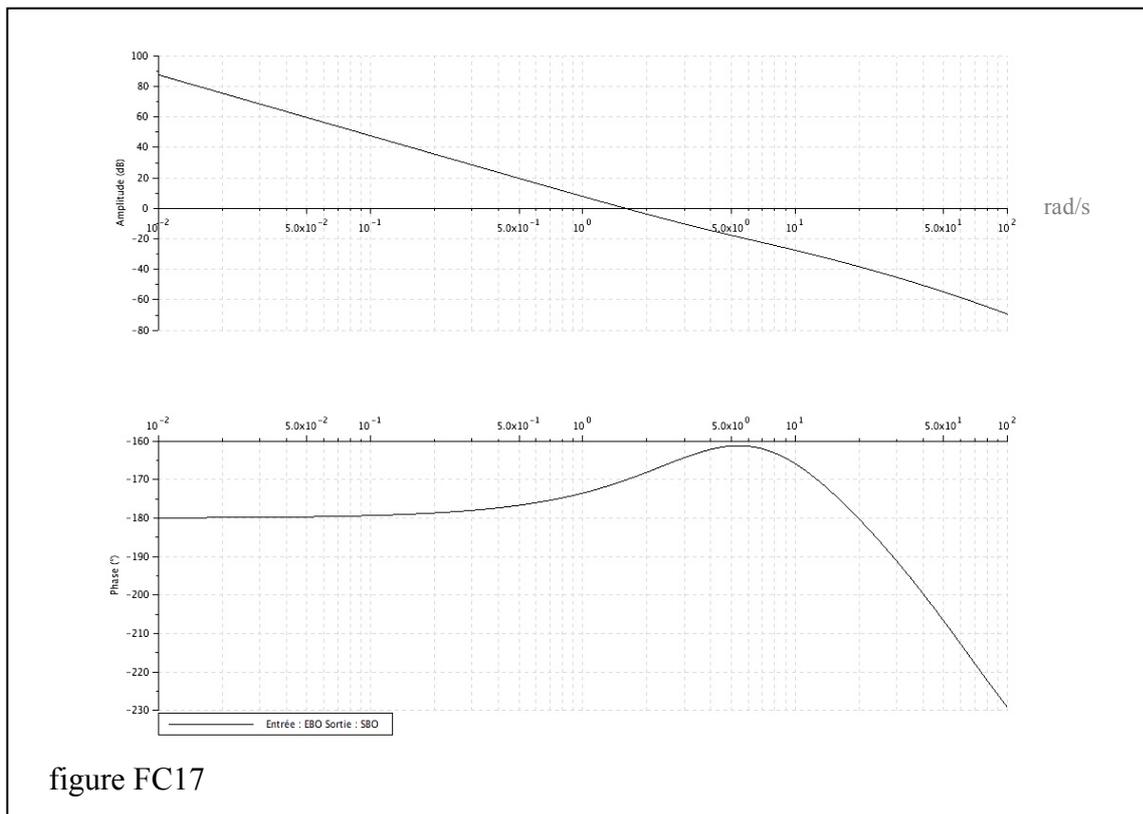
Pour la suite du problème, on utilise les valeurs données dans le schéma-bloc figure FC16



et on souhaite répondre au cahier des charges suivant :

Stabilité	marge de phase minimale : $60^\circ$ ; marge de gain minimale 20 dB.
Rapidité	Temps de réponse à 5% inférieur à 1s

La figure FC17 présente le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte FTBO1(p) pour  $C(p) = 1$ .



**Question C21 :** *question supprimée*

**Question C22 :** Donner les valeurs de la marge de gain MG1; de la marge de phase MP1 ;

Les constructions graphiques seront réalisées sur le document réponse.

Conclure vis-à-vis du critère de stabilité du cahier des charges.

Expliquer pourquoi il est impossible de satisfaire la marge de phase par une simple correction proportionnelle.

On envisage un correcteur proportionnel dérivé, de fonction de transfert approchée :

$$C(p) = Kd.(1 + Td.p).$$

**Question C23 :**

Tracer le diagramme de Bode asymptotique et l'allure du diagramme réel (gain et phase) du correcteur C(p) pour  $Kd = 1$ , avec une constante de temps  $Td$  déterminée de façon à ce qu'il provoque une avance de phase de  $45^\circ$  à la pulsation  $2\text{rad/s}$ .

La figure FC18 présente le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte FTBO2(p) et la réponse du système à un échelon de 1V pour  $C(p) = Kd.(1 + Td.p)$ , avec la constante de temps  $Td$  calculée à la question précédente, et  $Kd = 17,8$ .

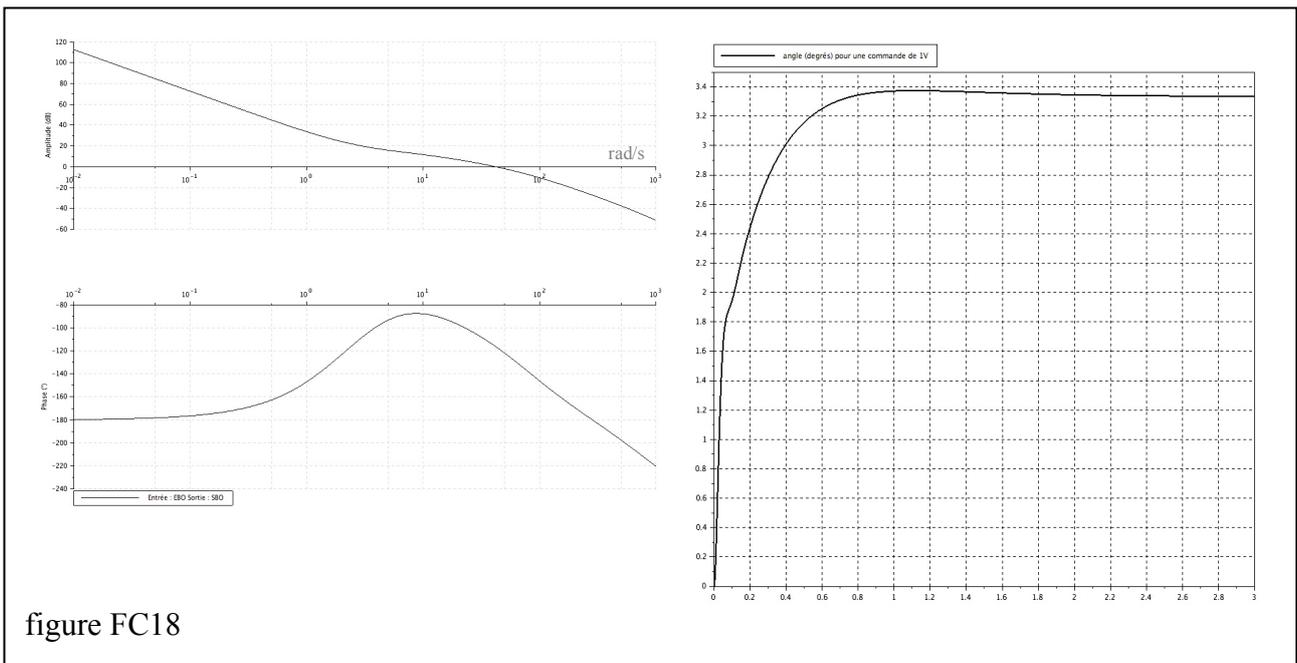


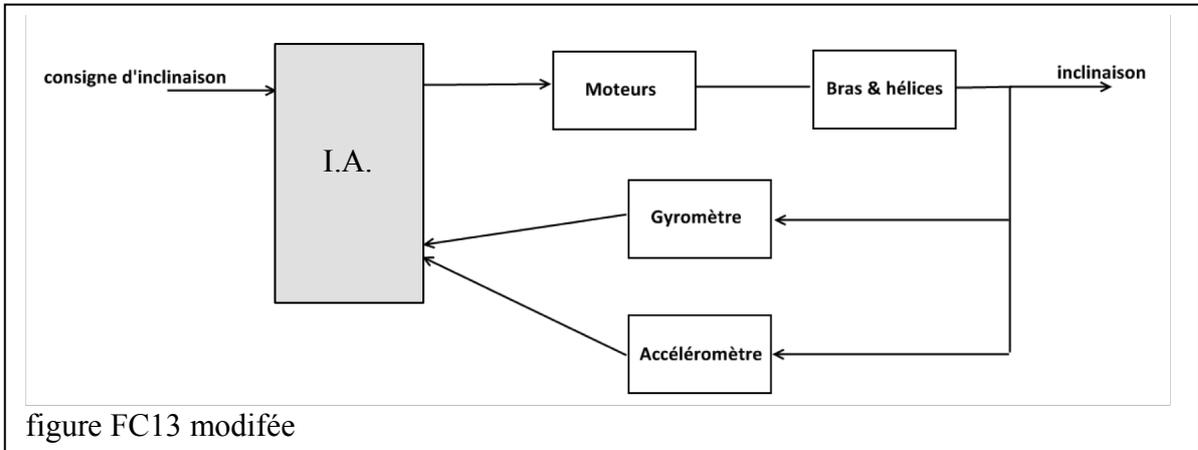
figure FC18

**Question C24 :** Vérifier que ce correcteur permet de satisfaire le cahier des charges.

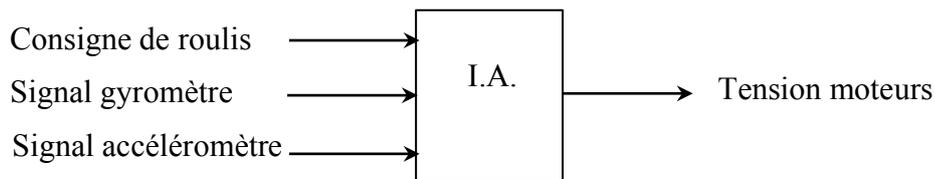
Les constructions graphiques seront réalisées sur le document réponse.

### C.3 Etude de solutions d'apprentissage supervisé

On envisage, dans une nouvelle version de ce drone, de remplacer la commande asservie par une intelligence artificielle qui, à partir de la consigne d'inclinaison et des signaux de l'accéléromètre et du gyromètre, va élaborer « la » tension à envoyer aux moteurs (cf. figure PC13), sachant (cf. figure FC14) que les tensions envoyées aux deux moteurs sont de même valeur absolue, mais opposées :



L'I.A. possèdera donc trois entrées et une sortie.



**Question C25 :** L'I.A. doit-elle réaliser une régression ou une classification ?

On décide de tester une solution à l'aide d'un réseau de neurones à une seule couche cachée, entraîné par apprentissage.

La base de données d'apprentissage peut être obtenue, soit par simulation à partir d'un modèle numérique de l'asservissement précédemment réalisé, soit par une séquence de vol sur un drone réel pendant laquelle on relève, à l'aide de capteurs, toutes les données utiles.

**Question C26 :** Donner, sous forme de tableau, la structure de la base de données d'apprentissage.

On donne sur le document réponse une ébauche de représentation du réseau de neurones si la couche cachée contient par exemple quatre neurones.

**Question C27 :** Combien de neurones de sortie devra contenir le réseau de neurones ? Compléter en conséquence le schéma du document réponse en indiquant tous les liens entre les neurones de la couche cachée et le, ou les, neurone(s) de la couche de sortie.

**Question C28 :** Rappeler, toujours sur le document réponse, la structure de base d'un neurone artificiel unique à, par exemple, trois entrées (plus un biais) et une sortie.

**Question C29** : Combien de paramètres (poids à ajuster) contient le réseau de neurones précédent (question C27) ? Généraliser le raisonnement pour donner le nombre de paramètres si la couche cachée contient un nombre  $n$  de neurones.

On teste l'apprentissage du réseau précédent pour plusieurs valeurs de  $n$  et différentes fonctions d'activation. Cet apprentissage ne converge pas. On décide alors de tester une commande plus simple, tout-ou-rien (à la valeur maximale de tension) des moteurs. La sortie sera donc, soit une tension positive, soit une tension négative. Elle sera donc binaire. Cela générera soit un roulis vers la droite, soit un roulis vers la gauche.

**Question C30** : Réalise-t-on cette fois une régression ou une classification ? Quel type de fonction d'activation semble pertinent pour la couche de sortie ?

Cette fois l'apprentissage converge. On réalise alors des tests à partir d'un second lot de données d'apprentissages et on obtient la matrice de confusion suivante :

		Sorties prédites	
		Tension > 0	Tension < 0
Sorties attendues	Tension > 0	488	12
	Tension < 0	7	493

**Question C31** : Commenter cette matrice de confusion.

Fort de ces résultats satisfaisants, on souhaite maintenant compléter le réseau de neurones afin qu'il permette de commander à la fois le roulis et le tangage.

**Question C32** : Expliquer, en lien avec l'étude dynamique, pourquoi ces deux mouvements doivent être pilotés par un même réseau de neurones et non par deux réseaux de neurones séparés.

**Question C33** : Combien de neurones de sortie doit comporter cette fois le réseau ? Combien d'entrées ? En déduire le nombre de paramètres (poids à ajuster) que contient cette fois le réseau de neurones s'il ne possède, comme précédemment, qu'une couche cachée contenant  $n$  neurones ?

**Question C34** : L'apprentissage précédent pourrait également être réalisé par un algorithme des  $K$  plus proches voisins (KNN). Expliquer pourquoi une solution par réseau de neurones a été préférée.

Resterait à vérifier la convergence de l'apprentissage, mais aussi que la commande tout ou rien génère un comportement mécanique correct du drone.