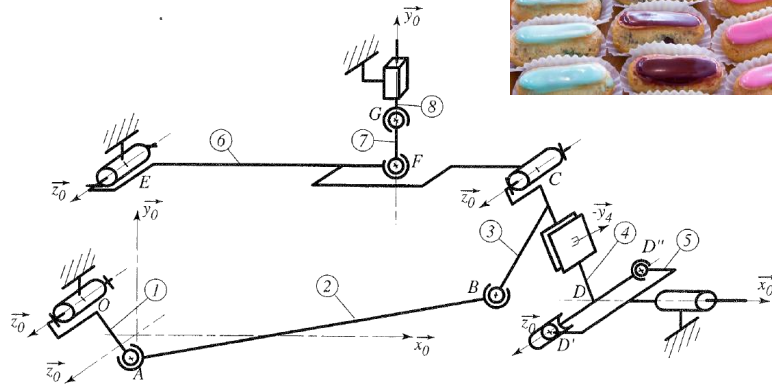




EXERCICE
MACHINE AERA



1) Déterminer la liaison équivalente aux deux liaisons en parallèle entre les pièces (4) et (5).

- via la sphérique $\{ \mathcal{E}_5 \rightarrow \mathcal{A} \}_1 = \begin{Bmatrix} x_1 & 0 \\ y_1 & 0 \\ z_1 & 0 \end{Bmatrix}_{D''} \rightarrow \dots$
- via la sph. cylindres $\{ \mathcal{E}_5 \rightarrow \mathcal{A} \}_2 = \begin{Bmatrix} x_2 & 0 \\ y_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{D'} \rightarrow \dots = \begin{Bmatrix} x_2 + e y_2 \\ y_2 - e x_2 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{D''} \rightarrow \dots$

Lorsque les liaisons sont en //, préférer la méthode par les effets

$$\text{avec } \vec{M}_{D''} = \vec{0} + (x_2 \vec{x}_0 + y_2 \vec{y}_0) \wedge -e \vec{z}_0 = -e x_2 \vec{y}_0 + e y_2 \vec{x}_0$$

ainsi $\{ \mathcal{E}_5 \rightarrow \mathcal{A} \} = \begin{Bmatrix} x_1 + x_2 & e y_2 \\ y_1 + y_2 & -e x_2 \\ z_1 & 0 \end{Bmatrix}_{D''} \rightarrow \dots$ de la forme $\begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_{D''} \rightarrow \dots$

où on reconnaît l'allure du torseur d'action transmissible par une liaison pivot d'axe (D'', \vec{z}_0) qui est donc la liaison équivalente recherchée.

2) Quelle est la mobilité cinématique de ce mécanisme ?

La lecture du schéma permet d'observer :

- une mobilité de dosage, commandée par la rotation de 1/0
- une mobilité de réglage, commandée par le translateur de 8/0
- une mobilité interne de 2 sur elle-même (autour de AB)
- une mobilité interne de 7 sur elle-même (autour de GF)

d'où $m = 4$

3) En déduire le degré d'hyperstatisme de l'ensemble, tel que décrit figure 9.

$$h = m + 6\delta - I_c$$

avec $m = 4$

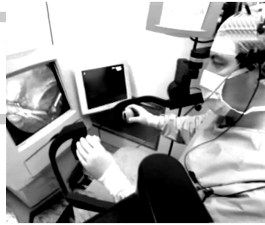
$$\delta = N_L - N_S + 1 = 12 - 3 + 1 = 4$$

$$I_c = 1 + 3 + 3 + 2 + 3 + 4 + 3 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 = 28$$

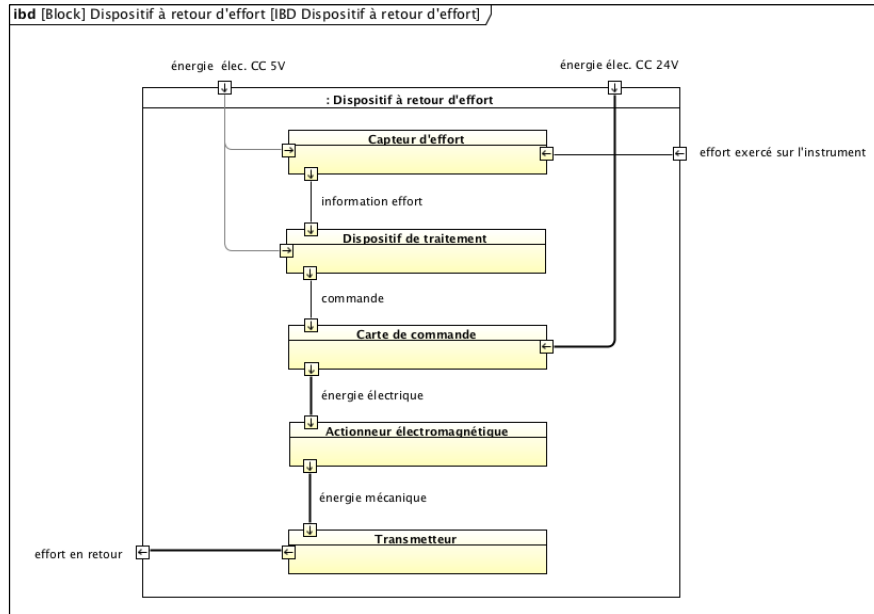
soit $h = 4 + 24 - 28 = 0$ le modèle proposé est isostatique

NB : ce calcul n'est pas conduit sur le schéma minimal. Toutefois on aboutirait au même résultat puisque les deux liaisons en // entre 4 et 5 n'ont pas d'hyperstatisme interne.

PROBLÈME Robot de chirurgie endoscopique



Réponse 1



Réponse 2

Le préactionneur est la carte de commande qui réalise la fonction distribuer. Elle reçoit la commande du dispositif de traitement et distribue en conséquence l'énergie électrique à l'actionneur qui la convertit en énergie mécanique.

Réponse 3

Composant	Chaîne d'information	Chaîne d'énergie
Capteur d'effort	X	
Dispositif de traitement	X	
Carte de commande		X
Actionneur électromagnétique		X
Transmetteur		X

2 Analyse fonctionnelle et structurale

Question 1
Question 2
Question 3

→ cf doc. réponse.

3 Respect des critères associés à FS1

3.1 Traitement du problème d'hyperstatisme

Question 4

Nombre cyclomatique $\chi = N_L - N_S + 1$

nombre de liaisons $N_L = 8$
" solides $N_S = 7$ → $\chi = 2$

Question 5

chaîne cinématique 3-5-4-6-3 :

$$\bullet \mathcal{V}_{3/5} = \begin{Bmatrix} P_{35} \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{35} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1}$$

$$\bullet \mathcal{V}_{5/4} = \begin{Bmatrix} P_{54} \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{54} & 0 \\ 0 & -l_{P_{54}} \sin \theta \\ 0 & -l_{P_{54}} \cos \theta \end{Bmatrix}_{A, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1}$$

$$\begin{aligned} \text{en effet } \vec{v}(A, 5/4) &= \vec{v}(B, 5/4) + \vec{\omega}_{5/4} \wedge \vec{BA} \\ &= \vec{0} + P_{54} \vec{x}_0 \wedge (l \vec{y}_0) = -l P_{54} \vec{z}_0 \\ &= -l P_{54} (\cos \theta \vec{z}_1 + \sin \theta \vec{y}_1) \end{aligned}$$

$$\bullet \mathcal{V}_{4/6} = \begin{Bmatrix} P_{46} \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{46} & 0 \\ 0 & c P_{46} - l P_{46} \sin \theta \\ 0 & -l P_{46} \cos \theta \end{Bmatrix}_{A, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1}$$

$$\begin{aligned} \text{en effet } \vec{v}(A, 4/6) &= \vec{v}(D, 4/6) + \vec{x}_{D/6} \wedge \vec{DA} \\ &= \vec{0} + P_{46} \vec{x}_0 \wedge (-l_4 \vec{y}_0 - c \vec{z}_1) = -P_{46} l_4 \vec{y}_0 + c P_{46} \vec{z}_1 \\ &= -l_4 P_{46} (\cos \theta \vec{z}_1 + \sin \theta \vec{y}_1) + c P_{46} \vec{z}_1 \end{aligned}$$

$$\bullet \vec{v}_{6/3} = \begin{cases} P_{63} \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{cases} = \begin{cases} P_{63} & 0 \\ 0 & c P_{63} \\ 0 & 0 \end{cases}_{A, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1}$$

$$\begin{aligned} \text{en effet } \vec{v}(A, 6/3) &= \vec{v}(C, 6/3) + \vec{x}_{C/3} \wedge \vec{CA} \\ &= \vec{0} + P_{63} \vec{x}_0 \wedge (-c \vec{z}_1) = c P_{63} \vec{y}_1 \end{aligned}$$

D'où le système de 6 équations issues de la boucle 3-5-4-6-3 :

$$\begin{cases} P_{35} + P_{54} + P_{46} + P_{63} = 0 & (1) \\ 0 = 0 & (2) \\ 0 = 0 & (3) \\ 0 = 0 & (4) \\ -l_4 P_{54} \sin \theta + c P_{46} - l_4 P_{46} \cos \theta + c P_{63} = 0 & (5) \\ -l_4 P_{54} \cos \theta - l_4 P_{46} \sin \theta = 0 & (6) \end{cases}$$

Question 6

On dispose au total de 12 équations ($6 \times 2 = 12$).

Le rang de ces 12 équations est $\boxed{r_6 = 6}$

En effet, les équations (2), (3), (4), (8), (9) et (10) sont $0 = 0$

et les équations (1), (5), (6), (7), (11) et (12) sont indépendantes entre elles.

La mobilité de la structure est donnée par $m = I_c - r_c$

avec $I_c = 8$, nombre d'inconnues cinématiques

($\rightarrow 8$ liaisons à un seul dt)
($\rightarrow 8$ inconnues P_{ij})

D'où $\boxed{m = 2}$

Ce nombre est cohérent avec l'existence de deux paramètres de position : d et θ .

Le degré d'hyperstatisme de la structure est obtenu par

$$h = 6 \times 8 - r_c \text{ soit } \boxed{h = 6}$$

Question 7

Il faut rajouter au moins 6 inconnues cinématiques.

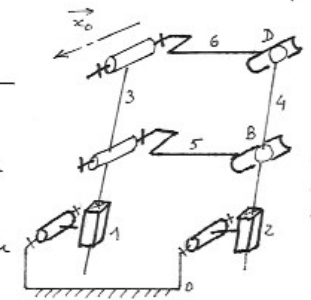
Exactement 6, si on ne modifie pas m .

Pour cela il faut éliminer les équations $0 = 0$. Ce la conduit à rajouter des mobilités en rotation selon \vec{y}_1 et \vec{z}_1 et en translation selon \vec{x}_0 .

D'où la proposition des nouvelles liaisons:

- Liaison sphère-cylindre (liaison annulaire) de centre B et d'axe (B, \vec{x}_0) entre 5 et 4
- $$\rightarrow \mathcal{V}_{4/5} = \begin{cases} P_{45} & u_{45} \\ q_{45} & 0 \\ r_{45} & 0 \end{cases}_{B, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1}$$
- Liaison sphère-cylindre (liaison annulaire) de centre D et d'axe (D, \vec{x}_0) entre 4 et 6
- $$\rightarrow \mathcal{V}_{4/6} = \begin{cases} P_{46} & u_{46} \\ q_{46} & 0 \\ r_{46} & 0 \end{cases}_{D, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1}$$

Pour vérifier que le nouveau rang est bien $r_c = 12$ on peut, soit recalculer les 12 équations et vérifier qu'elles sont bien indépendantes, soit vérifier sur le schéma qu'aucune nouvelle mobilité n'a été introduite: $m = 2 \Rightarrow r_c = I_c - m = 14 - 2 = 12$



ou encore, à partir de la formule globale :

$$h = m + 6\delta - I_c = 2 + 12 - 14 = 0$$

3.2 Traitement du problème géométrique et cinématique

3.2.1 Phase de mise en position

$\lambda = 0$, seul θ est variable.

Question 8

T_1 CIR de S/O se traduit par $\vec{v}(T_1, S/O) = \vec{0}$

Question 9

$$\vec{O}_1 T_1 = \vec{O}_1 A + \vec{AE} + \vec{ET}_1 = d\vec{y}_1 + \underbrace{(\lambda_0 - \lambda)\vec{z}_1 - \nu\vec{y}_0 + w\vec{z}_0 - e_1\vec{y}_1 - f_1\vec{z}_1}_{\text{vecteur constant}}$$

$$\text{d'où } \left[\frac{d\vec{O}_1 T_1}{dt} \right]_0 = (d - e_1) \left[\frac{d\vec{y}_1}{dt} \right]_0 + (\lambda_0 - f_1) \left[\frac{d\vec{z}_1}{dt} \right]_0$$

$$\text{avec } \left[\frac{d\vec{y}_1}{dt} \right]_0 = \dot{\theta} \vec{x}_0 \wedge \vec{y}_1 = \dot{\theta} \vec{z}_1$$

$$\text{et } \left[\frac{d\vec{z}_1}{dt} \right]_0 = \dot{\theta} \vec{x}_0 \wedge \vec{z}_1 = -\dot{\theta} \vec{y}_1$$

$$\text{donc } \left[\frac{d\vec{O}_1 T_1}{dt} \right]_0 = (d - e_1) \dot{\theta} \vec{z}_1 - (\lambda_0 - f_1) \dot{\theta} \vec{y}_1$$

$$\text{Ainsi on aura } \vec{v}(T_1, S/O) = \left[\frac{d\vec{O}_1 T_1}{dt} \right]_0 = \vec{0} \text{ si } \begin{cases} e_1 = d \\ \lambda_0 = f_1 \end{cases}$$

La première condition impose une condition dimensionnelle sur le robot, la seconde définit la cote d'initialisation.

Question 10

$\vec{O}_1 T_0 = \vec{O}_1 T_1$ en phase d'initialisation ($\lambda = 0$)

$$\text{donc } \vec{O}_1 T_0 = d\vec{y}_1 + \lambda_0 \vec{z}_1 - \nu\vec{y}_0 + w\vec{z}_0 - e_1\vec{y}_1 - f_1\vec{z}_1$$

avec, compte tenu des conditions précédentes $e_1 = d$ et $\lambda_0 = f_1$

$$\text{d'où } \vec{O}_1 T_0 = -\nu\vec{y}_0 + w\vec{z}_0$$

Ainsi, en isolant, il vient :

$$\begin{cases} E_T = \nu \\ H_T = w \end{cases}$$

3.2.2 Phase d'utilisation

λ et θ sont variables

$$T_1 T = \lambda \vec{z}_1$$

Question 11

$$\vec{v}(A, S/O) = \left[\frac{d\vec{O}_1 A}{dt} \right]_0 = \left[\frac{d}{dt} (d\vec{y}_1 + (\lambda_0 - \lambda)\vec{z}_1) \right]_0 = d\dot{\theta} \vec{z}_1 - (\lambda_0 - \lambda)\dot{\theta} \vec{y}_1 - \dot{\lambda} \vec{z}_1$$

$$\vec{v}(A, S/O) = (d\dot{\theta} - \dot{\lambda}) \vec{z}_1 - (\lambda_0 - \lambda)\dot{\theta} \vec{y}_1$$

$$\vec{v}(B, S/O) = \left[\frac{d\vec{O}_1 B}{dt} \right]_0 = \left[\frac{d}{dt} (\nu\vec{y}_0 + \vec{O}_1 A) \right]_0 = \left[\frac{d\vec{O}_1 A}{dt} \right]_0 \text{ car } \nu\vec{y}_0 \text{ est un vecteur fixe}$$

$$\text{donc } \vec{v}(B, S/O) = \vec{v}(A, S/O)$$

$$\text{or } \vec{v}(B, S/O) = \vec{v}(A, S/O) + \vec{\omega}_{S/O} \wedge \vec{AB}$$

$$\text{donc } \vec{\omega}_{S/O} \wedge \vec{AB} = \vec{0}$$

Ceci montre que $\vec{\omega}_{S/O} = \vec{0}$ car matriciellement $\vec{\omega}_{S/O}$ est nécessairement selon \vec{x}_0 donc ne peut pas être $\parallel \vec{AB}$.

Donc S/O est un mouvement de translation.

$$\text{Et donc } \vec{v}(E, S/O) = \vec{v}(A, S/O) = (d\dot{\theta} - \dot{\lambda}) \vec{z}_1 - (\lambda_0 - \lambda)\dot{\theta} \vec{y}_1$$

Question 12

$$\vec{v}(T, 8/0) = \vec{v}(E, 8/0) + \vec{\omega}_{8/0} \wedge \vec{ET}$$

$$\vec{\omega}_{8/0} = \dot{\theta} \vec{x}_0 \quad (\text{rotation autour de l'axe } x_0)$$

$$\begin{aligned} \text{donc } \vec{\omega}_{8/0} \wedge \vec{ET} &= \dot{\theta} \vec{x}_0 \wedge (\vec{ET}_1 + \vec{T}_1 \vec{T}) \\ &= \dot{\theta} \vec{x}_0 \wedge (-e_1 \vec{y}_1 - f_1 \vec{z}_1 + d \vec{z}_1) \\ &= -e_1 \dot{\theta} \vec{z}_1 + (f_1 - d) \dot{\theta} \vec{y}_1 \end{aligned}$$

$$\text{D'où } \vec{v}(T, 8/0) = (d\dot{\theta} - \dot{\theta} - e_1 \dot{\theta}) \vec{z}_1 + (f_1 - d - \dot{\theta}) \dot{\theta} \vec{y}_1$$

Sachant que on a $e_1 = d$ et angle $\alpha_0 = f_1$, il vient:

$$\vec{v}(T, 8/0) = -\dot{\theta} \vec{z}_1 \quad \text{ou encore } \vec{v}(T, 8/0) \cdot \vec{y}_1 = 0$$

Ceci permet de vérifier la vitesse associée à FS1: le point T ne se déplace pas dans le plan $\perp \vec{z}_1$.

4 Respect des vitesses associées à FS3

4.2 Étude de la boucle d'asservissement de la position angulaire du moteur

4.2.1 Vérification de la vitesse de rot. max du moto-réducteur

Question 13

La vitesse de translation du coulis 4/0 s'exprime en fct de la rotation de l'arbre intermédiaire 3/0 selon: $v_{4/0} = \frac{\phi_1}{2} \omega_{3/0}$
 où $\frac{\phi_1}{2}$ est le rayon de la roue dentée 3' d'enroulement de la vis-matériau.

Par ailleurs la vitesse de rotation en sortie du moto-réducteur est $\omega_{1/0} = \omega_{3/0}$ car les deux poulies ont le même diamètre.

$$\text{D'où } v_{4/0} = \frac{\phi_1}{2} \omega_{1/0}$$

La vitesse nominale en sortie du réducteur est $N_{nom} = 60 \text{ tr/min}$

il vient une vitesse nominale des coulisses:

$$v_{nom} = \frac{\phi_1}{2} N_{nom} \times \frac{2\pi}{60} = \frac{38,4}{2} \times 60 \times \frac{2\pi}{60} \approx 120 \text{ mm/s}$$

Soit $v_{nom} \approx 0,12 \text{ m/s} > 0,1 \text{ m/s}$ comme exigé par le cahier des charges

4.2.3 Evaluation de la fct de transfert du moto-réducteur

Question 20

$$u(p) = (R + Lp) I(p) + E(p)$$

$$E(p) = k_e \Omega_{red}(p)$$

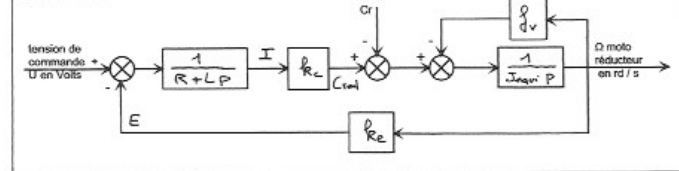
$$C_{ud}(p) = k_c I(p)$$

$$C_{ud}(p) - C_r(p) - f_v \Omega_{red}(p) = J_{equ} p \Omega_{red}(p)$$

D'où le schéma bloc:

Réponse 20

figure R20: Schéma-blocs du moto-réducteur



Question 21

Tout d'abord:

$$\begin{aligned} &\text{(NB on note } f_v = f \text{ et } J_{equ} = J) \\ &\begin{array}{c} \text{Block diagram: } \frac{1}{Jp} \text{ with feedback } f \\ \Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{f}{Jp}} = \frac{1}{Jp + f} \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{D'où } H(p) = \frac{1}{R+Lp} \times k_c \times \frac{1}{Jp+f} = \frac{k_c}{(R+Lp)(Jp+f) + k_e k_c}$$

$$1 + \frac{1}{R+Lp} \times k_e k_c \times \frac{1}{Jp+f}$$

Soit
$$M(p) = \frac{\frac{R_c}{k_e k_c + R_f}}{1 + \frac{R_J + L_f}{k_e k_c + R_f} p + \frac{L_J}{k_e k_c + R_f} p^2}$$

A.N.
$$\frac{R_c}{k_e k_c + R_f} = \frac{2,1}{2,1^2 + 10 \times 0,04} = 0,436 \text{ rad.s}^{-1}/V$$

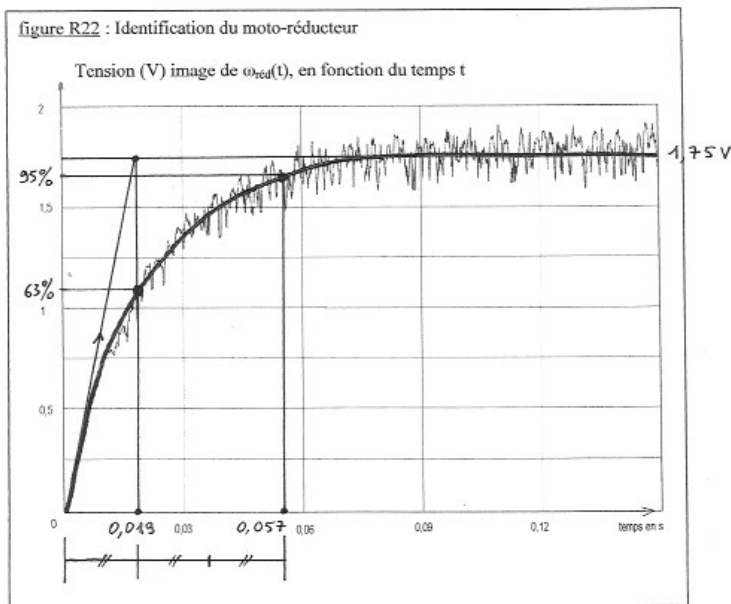
$$\frac{R_J + L_f}{k_e k_c + R_f} = \frac{10 \times 7 \cdot 10^{-3} + 2,2 \cdot 10^{-3} \times 0,04}{2,1^2 + 10 \times 0,04} = 1,46 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$\frac{L_J}{k_e k_c + R_f} = \frac{2,2 \cdot 10^{-3} \times 7 \cdot 10^{-3}}{2,1^2 + 10 \times 0,04} = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2$$

Ou utilise pour la suite
$$M_1(p) = \frac{0,436}{1 + 14,5 \cdot 10^{-3} p + 3,1 \cdot 10^{-6} p^2}$$

Question 22

Réponse 22



Après avoir lissé cette réponse très bruitée, on y relève des indicateurs caractéristiques de la réponse d'un système du 1^{er} ordre à un échelon :

- tangente à l'origine non horizontale,
- tangente à l'origine interceptant l'asymptote à l'instant où la réponse atteint 63%,
- réponse à 95% au triple du temps de la réponse à 63%.

Ces éléments justifient un modèle du 1^{er} ordre, ce qui revient à négliger l'inductance dans l'expression de la fonction de transfert.

L'vo \Rightarrow
$$M(p) \approx \frac{\frac{R_c}{k_e k_c + R_f}}{1 + \frac{R_J}{k_e k_c + R_f} p}$$

Question 23

- Pour répondre à cette question, on peut calculer le facteur d'amortissement ζ à partir de :

$$\frac{1}{\omega_0 \zeta} = 3,1 \cdot 10^{-6} \Rightarrow \omega_0 = 568 \text{ rad/s}$$

$$\frac{\zeta \omega_0}{\omega_0} = 14,5 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \zeta = \frac{1}{2} 568 \times 14,5 \cdot 10^{-3} \approx \underline{\underline{4,1}}$$

Cette grande valeur de ζ justifie l'approximation proposée.

- L'énoncé semble toutefois attendre une réponse à partir de constantes de temps (ordonnée de pôle dominant)

Ou calcule alors les pôles de la p^{te} de transfert :

$$\Delta = (14,5 \cdot 10^{-3})^2 - 4 \times 3,1 \cdot 10^{-6} \approx 2 \cdot 10^{-4} (> 0)$$

$$\text{D'où } p_1 = \frac{-14,5 \cdot 10^{-3} + \sqrt{\Delta}}{2 \times 3,1 \cdot 10^{-6}} = -70 \text{ s}^{-1}$$

$$p_2 = \frac{-14,5 \cdot 10^{-3} - \sqrt{\Delta}}{2 \times 3,1 \cdot 10^{-6}} = -4500 \text{ s}^{-1}$$

Ce qui permet de définir deux constantes de temps:

$$T_1 = -\frac{1}{p_1} = 1,43 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$T_2 = -\frac{1}{p_2} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$\text{et donc d'écrire } M_1(p) = \frac{0,436}{(1 + 1,43 \cdot 10^{-2} p)(1 + 2 \cdot 10^{-4} p)}$$

où, puisque $T_2 \ll T_1$, on peut faire l'approximation:

$$M_1(p) \sim \frac{0,436}{1 + 1,43 \cdot 10^{-2} p}$$

NB: Le pôle p_1 , associé à $T_1 \gg T_2$ est qualifié de dominant.

Question 24

L'étant négligée, comme il a déjà été dit

$$\text{Soit } M_2(p) = \frac{G_s}{1 + T p}$$

avec, d'après la question précédente:

$$G_s = 0,436 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}$$

$$T = 1,43 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

NB: on peut aussi accepter l'approximation $T = 1,45 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

$$\text{directement issue de } M_1(p) = \frac{0,436}{1 + 14,5 \cdot 10^{-3} p + 3,1 \cdot 10^{-6} p^2}$$

$$\text{Car car } \frac{R_J + L s}{h s k_c + R_f} \sim \frac{R_J}{h s k_c + R_f}$$

$$M_2(p) = \frac{k_c}{h s k_c + R_f} \frac{1}{1 + \frac{R_J}{h s k_c + R_f} p}$$

Question 25

La réponse a un échelon donnée sur le document R22 usotra

- une constante de temps $T \sim 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

$$\text{- un gain } G_s \sim \frac{1,75}{0,166 \times 24} = 0,433 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \text{ V}$$

mesure par une génératrice de gain $0,166 \text{ V/rad s}^{-1}$ échelon de 24 V
 valeur finale = $\frac{1,75}{0,166} = 10,5 \text{ rad/s}$

Ces valeurs sont cohérentes avec celles proposées à la question 23

4.2.4 Respect du critère de marge de phase

Question 26

$$B(p) = \frac{1}{p}$$

$$C = \frac{360}{2\pi} \text{ inc/rad de l'arbre moteur} = \frac{360}{2\pi} \times 50 \text{ inc/rad en sortie du réducteur.}$$

car le réducteur a un rapport 50.

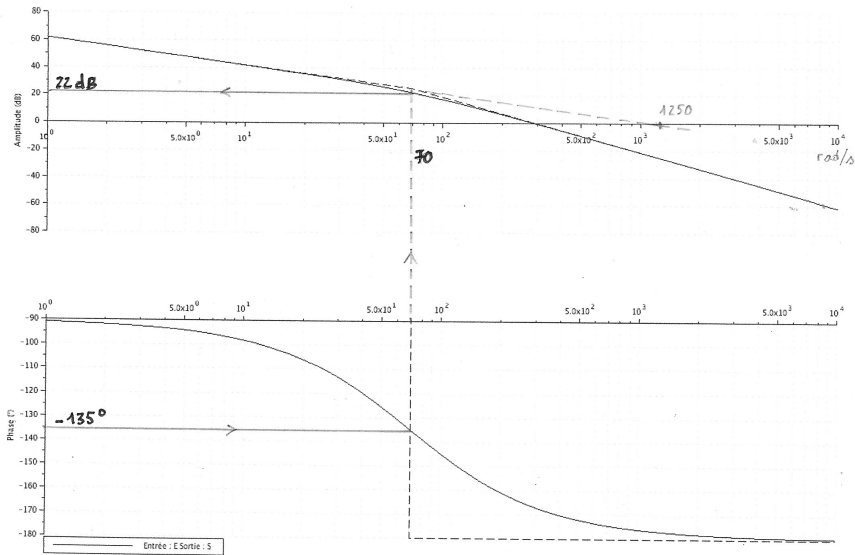
$$\text{Donc } C = 2865 \text{ inc/rad}$$

$$H_0(p) = K \cdot M(p) \cdot B(p) \cdot C = \frac{k_r \times 0,436 \times 2865}{(1 + 1,43 \cdot 10^{-2} p) p}$$

$$H_0(p) = \frac{1250 k_r}{p(1 + 1,43 \cdot 10^{-2} p)}$$

Question 27

$$\text{Pour } k_r = 1, H_0(p) = \frac{1250}{p} \frac{1}{1 + \frac{1}{70} p} \text{ d'où le trace suivant:}$$



Question 28

Une marge de phase de 45° est obtenue si, pour la pulsation qui déphase de -135° (donc ici 70 rad/s) le gain vaut 0 dB .
 Or pour cette pulsation, on lit un gain de 22 dB . Il faut donc diminuer le gain de 22 dB , soit $20 \log k = -22 \text{ dB}$

Ou donc a donc $k_{45} = 10^{-\frac{22}{20}}$
 $k_{45} = 0,08$

4.2.5 Etude de la précision de la boucle d'asservissement de position angulaire

Question 29

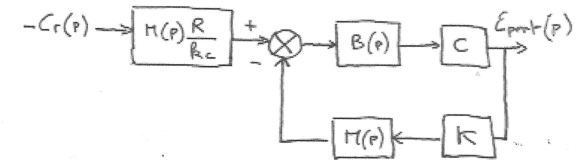
Puisque la FTBO est de classe 1, l'écart statique est nul en réponse à un échelon, ce qui quelle que soit la valeur de k .

$E_{\text{cours } \infty} = 0$

Rappel : $H_o(p) = \frac{1250 k}{p(1 + 1,43 \cdot 10^{-2} p)}$

Question 30

Le schéma peut être reconstitué comme ci-contre, afin d'identifier l'écart dû à la perturbation.



Alors $E_{\text{pert}}(p) = -C_r(p) M(p) \frac{R}{R_c} \frac{B(p)C}{1 + B(p)C M(p)K}$

avec
$$\begin{cases} M(p) = \frac{G_s}{1 + T_p p} = \frac{0,436 \text{ (rad } \cdot \text{ s}^{-1})}{1 + 1,43 \cdot 10^{-2} p} \\ B(p) = \frac{1}{p} \\ C = 2865 \text{ inc/rad} & R = 10 \text{ J} \\ K = k_{45} = 0,08 & R_c = 2,1 \text{ N} \cdot \text{A}^{-1} \end{cases}$$

et $C_r(p) = \frac{0,2}{p}$ couple de frottement sec constant de $0,2 \text{ Nm}$

D'où
$$E_{\text{pert}}(p) = -\frac{0,2}{p} \frac{\frac{G_s}{1 + T_p p} \frac{R}{R_c} \frac{1}{p} C}{1 + \frac{G_s}{1 + T_p p} k_{45} \frac{1}{p} C}$$

$$= -\frac{0,2}{p} \frac{G_s \frac{R}{R_c} C}{p(1 + T_p p) + G_s k_{45} C}$$

et donc $E_{\text{pert } \infty} = \lim_{p \rightarrow 0} p \left[-\frac{0,2}{p} \frac{G_s \frac{R}{R_c} C}{p(1 + T_p p) + G_s k_{45} C} \right]$

$$E_{\text{pert } \infty} = -\frac{0,2 R}{R_c k_{45}} \quad \text{AN: } E_{\text{pert } \infty} = -\frac{0,2 \times 10}{2,1 \times 0,08}$$

$$E_{\text{pert } \infty} = -12 \text{ inc}$$

- Puisqu'un déplacement de 1 mm de la ceinture se traduit par 150 iuc, cet écart correspond à une erreur de position de $\frac{12}{150} = \underline{0,08 \text{ mm}}$ de la ceinture.
- Cette valeur respecte le cahier des charge qui n'exige que 0,2 mm d'erreur statique.
- Pour annuler cet écart, il faudrait placer un correcteur comportant une intégration dans le bloc K. Mais, comme il n'est d'être dit, cela n'est pas exigé par le cahier des charges.

4.3 Vérification des performances de la chaîne de positionnement de l'instrument

4.3.3 Analyse du déplacement de l'instrument / ceinture

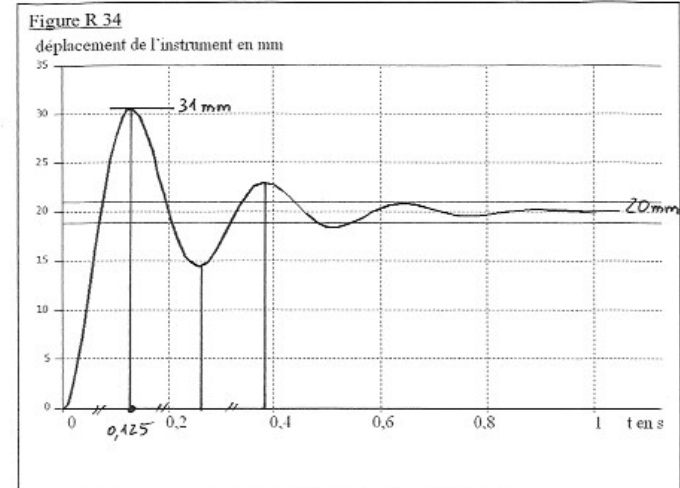
Question 34

On reconnaît l'allure de la réponse à un échelon d'un système du 2^{ème} ordre, en particulier la répartition des instants des extrêmes. On propose donc

$$H_3(p) = \frac{k}{1 + \frac{2z}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}$$



ou a bien une demi période entre chaque extrêmes, et ceci dès le 1^{er} dépassement.



- $\boxed{k=1}$ car la valeur finale de 20 mm correspond à la consigne
- ζ est fourni par le 1^{er} dépassement $D_1 = \frac{11}{20} \approx 0,55 = e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

d'où $\ln 0,55 = -\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$

soit $(\ln 0,55)^2 = \frac{\pi^2 \zeta^2}{1-\zeta^2}$

d'où $\zeta = \sqrt{\frac{(\ln 0,55)^2}{\pi^2 + (\ln 0,55)^2}}$ soit $\boxed{\zeta \approx 0,2}$

- ω_0 est alors fournie par l'instant du 1^{er} dépassement qui est $t_1 = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}}$ d'où $\omega_0 = \frac{\pi}{t_1 \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{0,125 \sqrt{1-0,2^2}}$

$\boxed{\omega_0 \approx 26 \text{ rad/s}}$

On peut alors proposer: $H_3(p) = \frac{1}{1 + 0,015 p + 0,0015 p^2}$

4.3.4 Analyse du déplacement de l'instrument / déplac^e de la main

$$H(p) = \frac{1}{(1 + 0,014p + 0,00017p^2)(1 + 0,015p + 0,0014p^2)}$$

Question 40

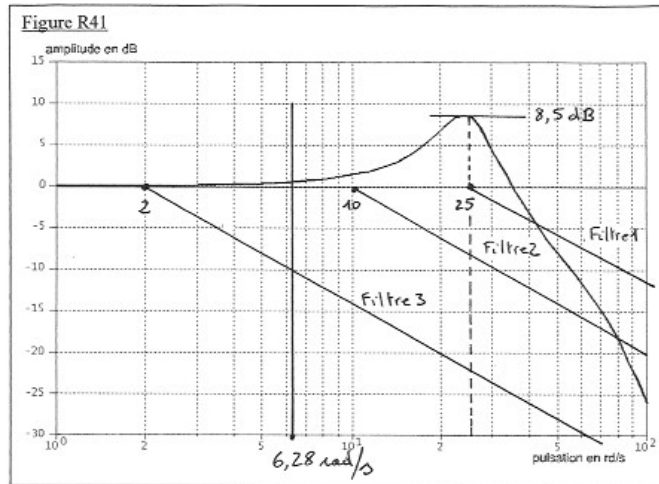
NB : cohérent / question précédente

Une période de 0,25 s correspond à une pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T} = 25 \text{ rad/s}$
 Cette pulsation correspond au maximum d'amplification du système soit 8,5 dB.

Si l'amplitude du tremblement est de 1 mm, l'outil se déplacera donc de $10^{8,5/20} = \underline{2,7 \text{ mm}}$ ($20 \log x = 8,5$)

4.3.5 Amélioration des performances dynamiques

Question 41 $\frac{1}{T_1} = 25 \text{ rad/s}$ $\frac{1}{T_2} = 10 \text{ rad/s}$ $\frac{1}{T_3} = 2 \text{ rad/s}$



On se place à 25 rad/s (tremblement de période 0,25 s) :

- le filtre 1 n'atténue que de 3 dB (calculé à 25 rad/s) donc est insuffisant pour atténuer les 8,5 dB
- le filtre 2 semble atténuer juste ce qu'il faut.
- le filtre 3 atténue trop car il atténue aussi les mouvements volontaires de période supérieure à 1 s (pulsation 6,28 rad/s) qui ne doivent pas être atténués.
- le filtre 2 n'atténue pas ces mouvements volontaires

→ on choisira le filtre 2