



 Ce devoir comporte un exercice et un problème, totalement indépendants

■ L'exercice est un très court extrait du sujet du concours X-ENS PSI 2001, relatif à un système automatique de dépose de pâte dans une ligne de production industrielle de pâtisseries (machine AERA). L'extrait proposé se limite aux questions sur les chaînes de solides (iso/hyperstatisme, liaison équivalente).

3 points.



■ Le problème est un extrait légèrement modifié pour l'adapter au programme actuel d'un sujet de la Banque PT 2005, relatif à un robot de chirurgie endoscopique. Les questions abordées traitent de notions sur la structure des chaînes d'énergie et d'information, de mécanique (iso/hyperstatisme, cinématique) et d'automatique (asservissement, filtrage).

17 points.



Aucun document n'est autorisé.

Toute calculatrice autonome est autorisée.

Il sera tenu compte de la qualité de la présentation dans la notation.

Bon courage.

EXERCICE MACHINE AERA



1 Présentation du problème industriel.

L'objet de cette étude est la validation partielle des solutions constructives d'un système automatisé de dépose de pâte à choux sur le tapis roulant d'une ligne de production de gâteaux.

Cette ligne, réalisée et commercialisée par la société AERA (Atelier d'Etude et de Réalisation d'Automatismes), permet de fabriquer et d'emballer jusqu'à 29000 mini éclairs ($2 \times 5 \text{ cm}^2$) à l'heure (encombrement sur le tapis $4 \times 7 \text{ cm}^2$). Elle est constituée d'un tapis roulant qui achemine la pâte successivement à chacun des postes: dépose de la pâte, cuisson, injection de crème, nappage, décoration, conditionnement et emballage. La vitesse linéaire du tapis, imposée par le temps de cuisson et la longueur du four est constante. Pour assurer les cadences attendues, 25 rangées de gâteaux sont confectionnées parallèlement sur le tapis.

La photographie ci-dessous représente la doseuse installée sur le tapis.

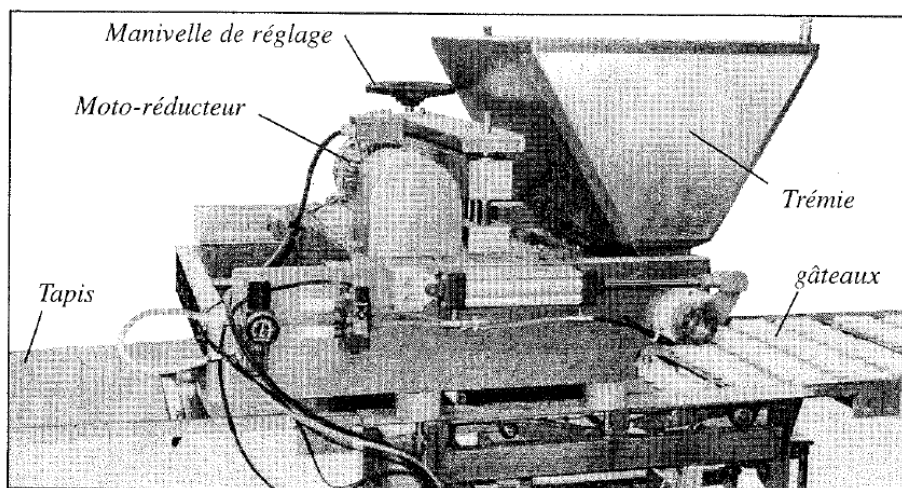


Figure 1: La doseuse

3 Etude du dosage

L'objet de cette partie est l'étude du système automatisé qui permet de doser la pâte à choux.

L'infrastructure actuelle utilise un dispositif mécanique de transformation de mouvement présenté figure(8) et (9).

La rotation continue de l'arbre moteur conduit à la translation alternative du piston (5). La pâte, initialement stockée dans la trémie, est acheminée vers la chambre d'éjection de pâte grâce au basculement d'un boisseau. Le mécanisme doseur est composé d'une manivelle (1), d'une bielle (2), d'un balancier (3) et d'un piston (5). Un maneton (4) permet de lier le piston au balancier. Un dispositif de réglage, composé des pièces (6), (7) et (8) permet, en changeant l'altitude de la pièce (8) de modifier la position du point C du solide (3). Le bâti de la doseuse sera noté (0).

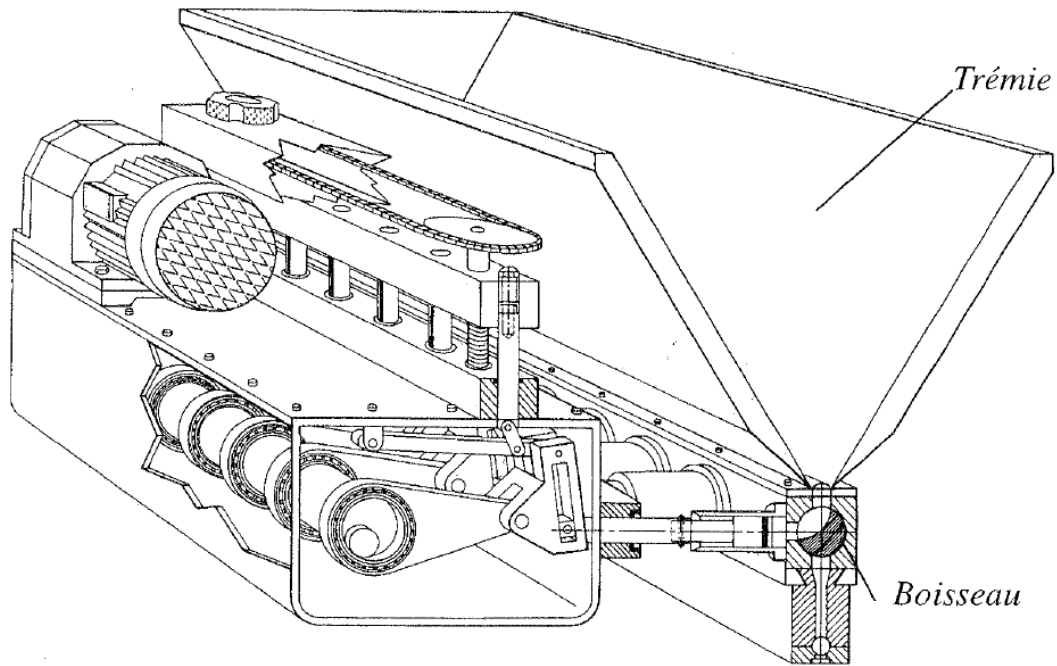


Figure 8: Mécanisme de transformation de mouvement

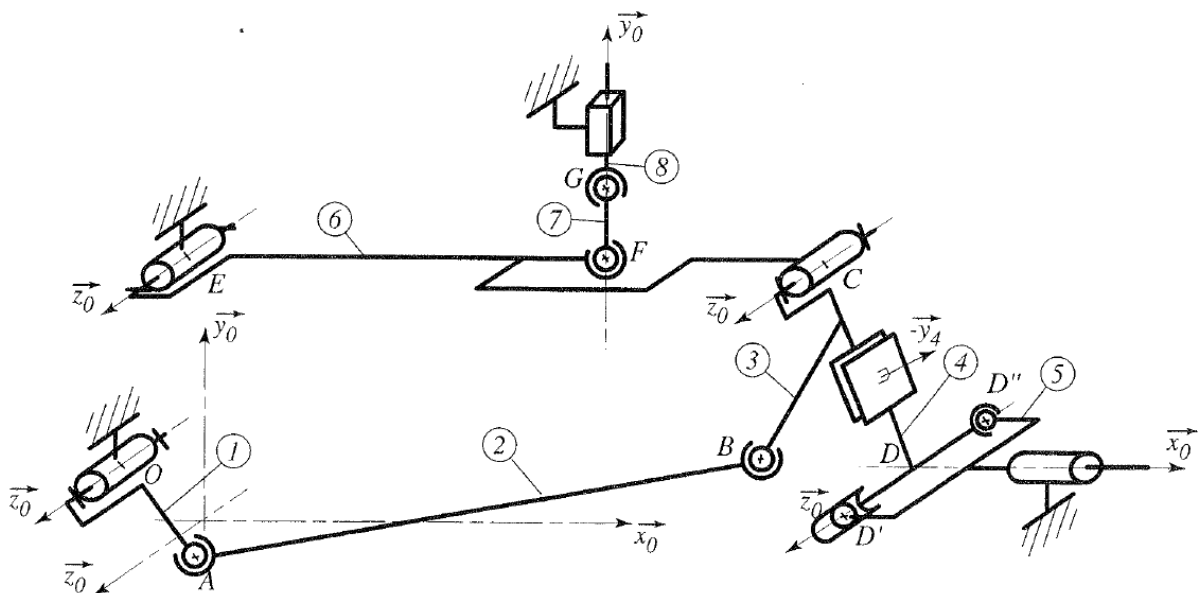


Figure 9: Modélisation cinématique spatiale

On précise que, dans le fonctionnement envisagé, la normale \vec{y}_4 de l'appui plan entre les pièces (3) et (4) n'est jamais parallèle à l'axe de la liaison pivot glissant entre la pièce (5) et le bâti (0).

Questions :

- 1) Déterminer la liaison équivalente aux deux liaisons en parallèle entre les pièces (4) et (5).
- 2) Quelle est la mobilité cinématique de ce mécanisme ?
- 3) En déduire le degré d'hyperstatisme de l'ensemble, tel que décrit figure 9.

PROBLÈME

Robot de chirurgie endoscopique



1 - PRÉSENTATION : La chirurgie endoscopique

Les avancées technologiques dans le domaine de la chirurgie permettent actuellement de réaliser des opérations de très grande complexité (chirurgie cardiaque, digestive, urologique etc ...) avec des avantages pour le patient qui proviennent de la limitation des zones de dissection, ce qui réduit considérablement le traumatisme opératoire.

Plusieurs étapes ont été franchies lors de la mise au point des solutions limitant l'étendue des incisions dans le corps du patient, et permettant néanmoins au chirurgien l'accès jusqu'aux organes à soigner ; ces étapes sont présentées ci-dessous.

1-1- La chirurgie endoscopique manuelle

La première étape consiste en une technique d'utilisation de micro-instruments (voir photographies N° 1-1, 1-2 et 1-3) :

Photo N° 1-1 : chirurgie endoscopique manuelle



Photo N°1-2 : instrument chirurgical "pince"

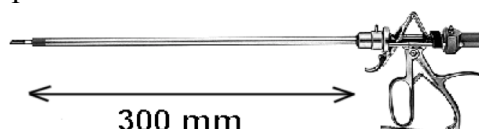
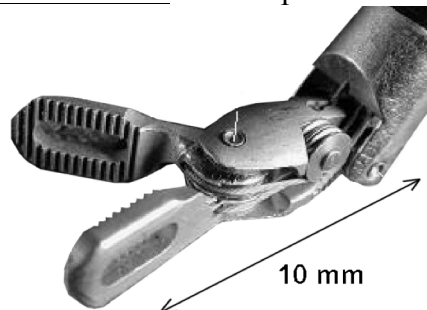


Photo N° 1-3 : Outil "pince"



Il s'agit d'utiliser des outils chirurgicaux de très petite taille, placés à l'extrémité de tiges tubulaires tenues par le chirurgien ; la partie inférieure des tiges est insérée dans la zone à traiter, à travers trois petits orifices réalisés dans le corps du patient (entre les côtes par exemple pour une chirurgie cardiaque). Ces outils chirurgicaux sont actionnés par un système de câbles fins qui passent à l'intérieur des tiges tubulaires et sont commandés par le chirurgien à l'aide de leviers placés sur la partie supérieure des tiges.

Dans la suite du sujet, l'ensemble "outil chirurgical + tige + leviers de commande" sera nommé plus simplement "Instrument chirurgical" .

Les instruments sont en général au nombre de trois : une pince, un scalpel et un support de caméra miniature (instrument "endoscope") qui permet au chirurgien de visualiser la zone de travail à l'intérieur du corps du patient.

Pour faciliter le passage de chaque outil à travers les orifices réalisés dans le corps du patient, on utilise un guide ou "trocart" fixé sur la peau (voir figure 1-6).

1-2- La chirurgie endoscopique robotisée

Un nouveau pas est franchi autour des années 1990 lorsqu'une équipe chirurgicale utilise trois robots à actionneurs électriques pour positionner et commander chacun des trois instruments. Le chirurgien est alors plus confortablement installé devant un poste de commande et de contrôle (Photo N° 1-4) pour commander à distance les robots et donc les outils chirurgicaux.

Ce poste nommé "console" contient :

- les dispositifs d'acquisition des mouvements du chirurgien,
- un écran vidéo pour le retour d'image provenant de l'endoscope,
- un écran de contrôle du système informatique.

Les trois robots appelés "robots esclaves" (photo 1-5) portent les instruments, dont l'endoscope.

Photo N°1- 4 : chirurgie robotisée : la console

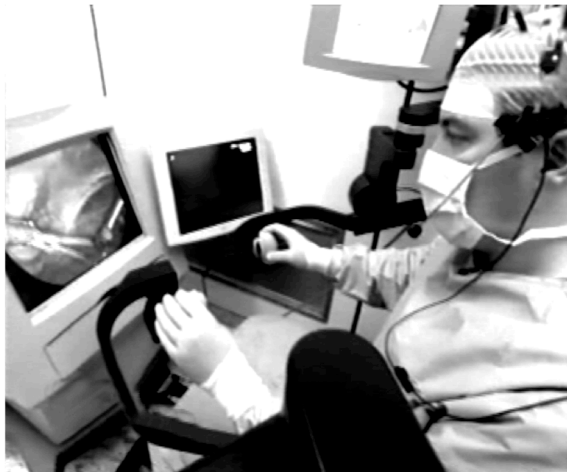


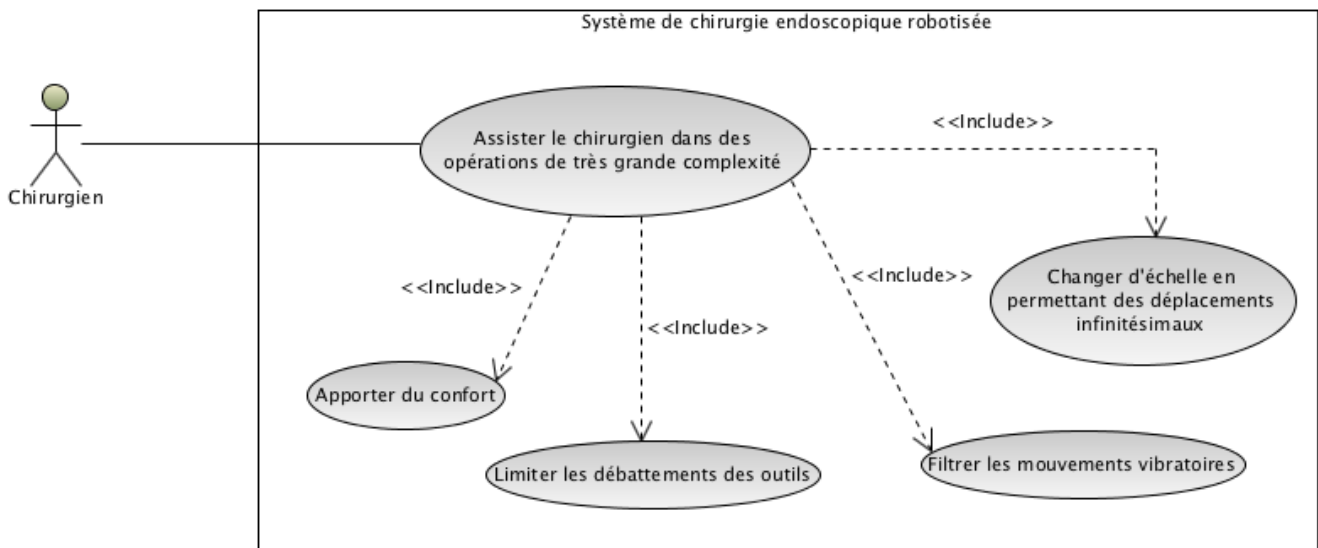
Photo N°1-5 : les trois robots esclaves



Outre le confort opératoire pour le chirurgien, le principal avantage du système robotisé est de permettre le traitement des ordres générés par la console, avant que ceux-ci ne soient transmis aux robots esclaves.

On peut par exemple utiliser ce traitement pour

- limiter les débattements des outils,
- filtrer les mouvements vibratoires,
- changer d'échelle et permettre des déplacements infinitésimaux.



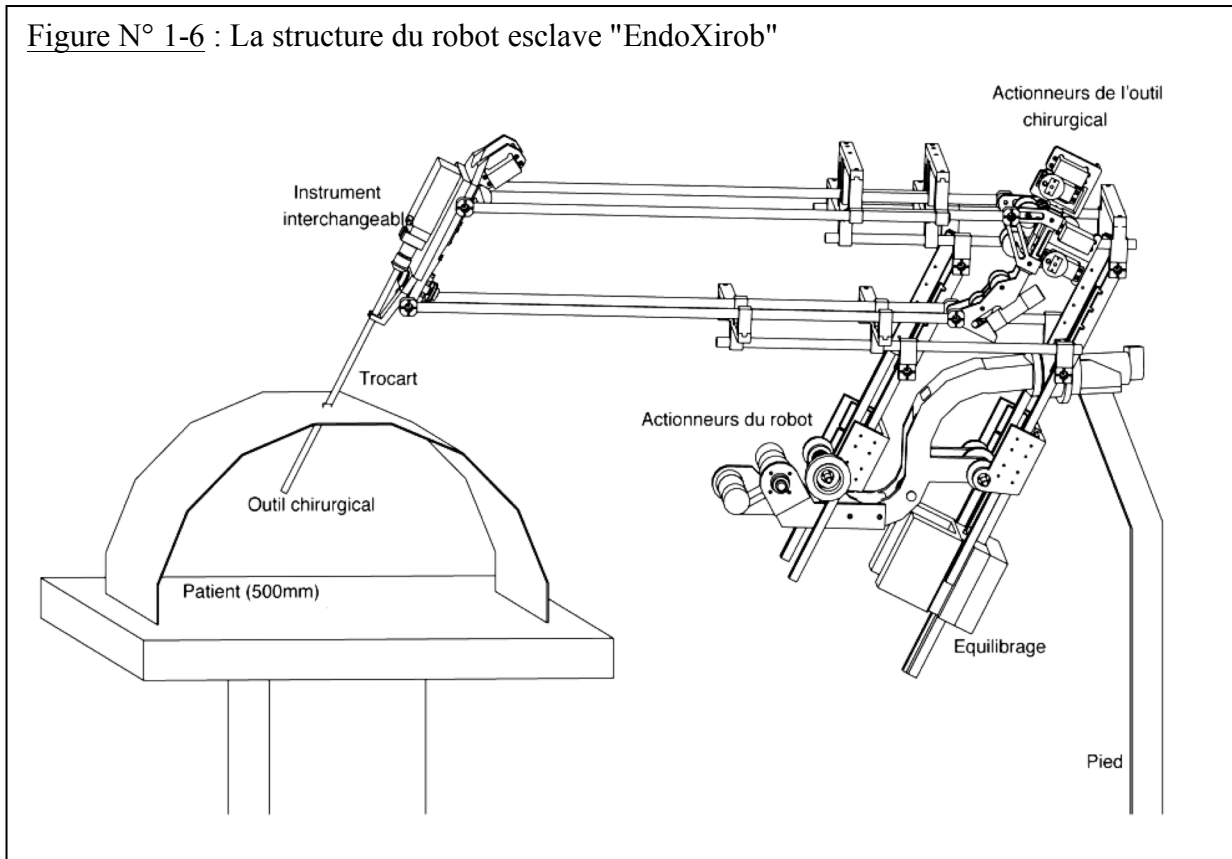
1-3- Evolution du robot esclave

Les recherches menées à partir des années 2000 portent sur une structure de robot esclave, qui permet d'améliorer la précision des mouvements opératoires.

Le robot objet de cette étude est un prototype démonstrateur de la faisabilité des concepts.

Le sujet proposé reprend certaines des démarches des ingénieurs qui ont développé le prototype de robot appelé "Endoxirob" ou "robot pour la chirurgie endoscopique". Ce robot a été présenté pour la première fois en 2002 au "Salon International des Techniques et Energies du Futur" de Toulouse.

Figure N° 1-6 : La structure du robot esclave "EndoXirob"



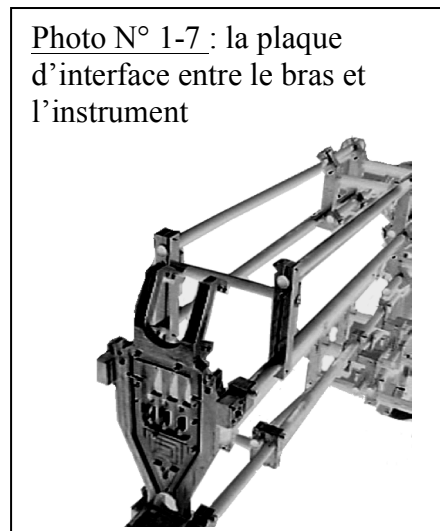
Sur l'extrémité du bras de robot, les instruments chirurgicaux sont interchangeables.

L'échange d'instruments doit pouvoir s'effectuer rapidement pendant l'utilisation du robot.

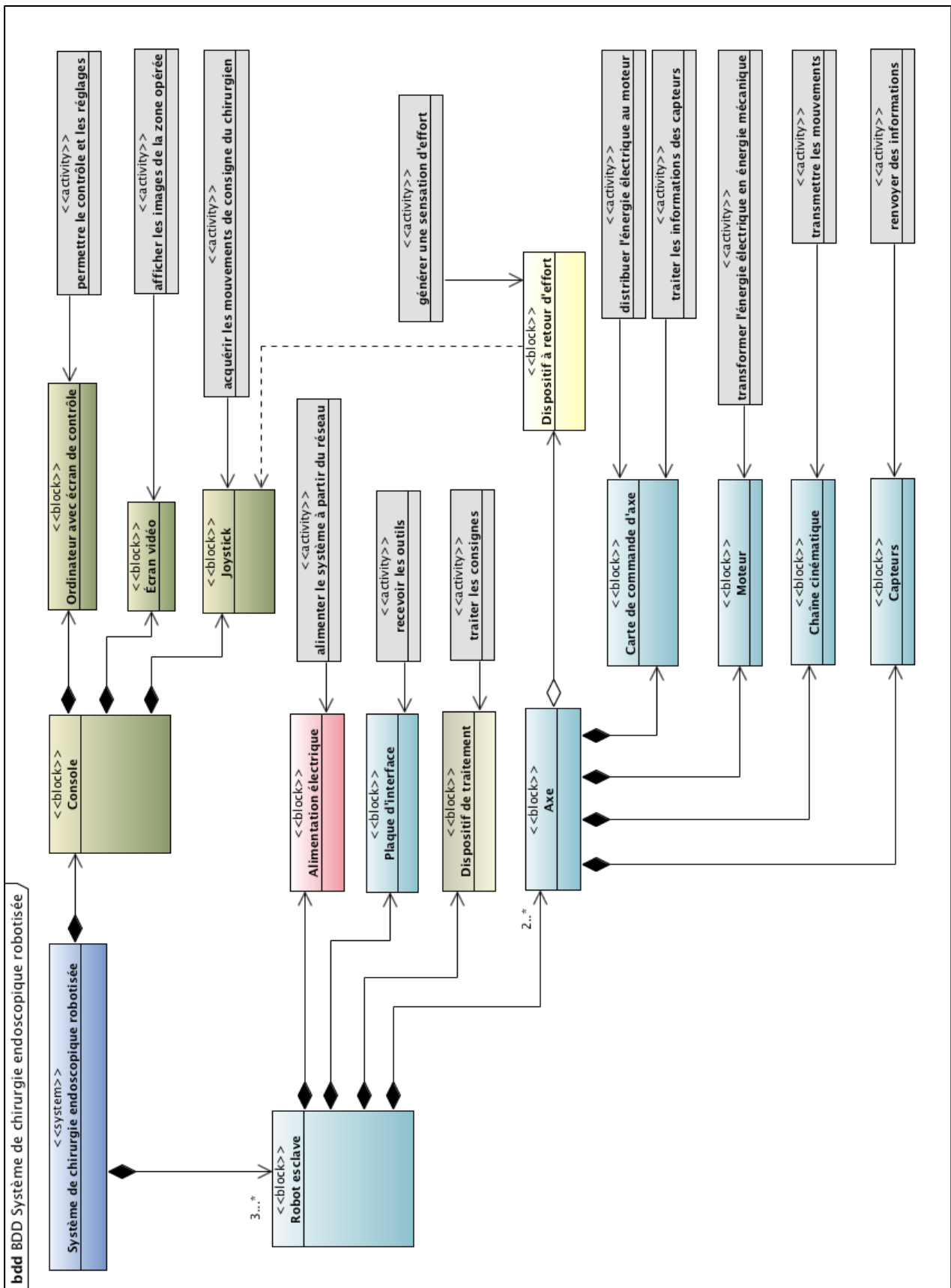
Le choix technologique des ingénieurs a été de placer les actionneurs électriques de l'outil chirurgical non pas sur l'instrument chirurgical lui-même, mais sur la structure du robot ; ce choix a conduit à la conception d'une interface mécanique spécifique, à poussoirs, permettant le transfert des actions de commande des actionneurs vers l'outil chirurgical.

La Photo 1-7 montre la plaque d'extrémité du bras de robot, sur laquelle l'instrument chirurgical vient se positionner et se fixer ; des ouvertures usinées permettent le passage des poussoirs.

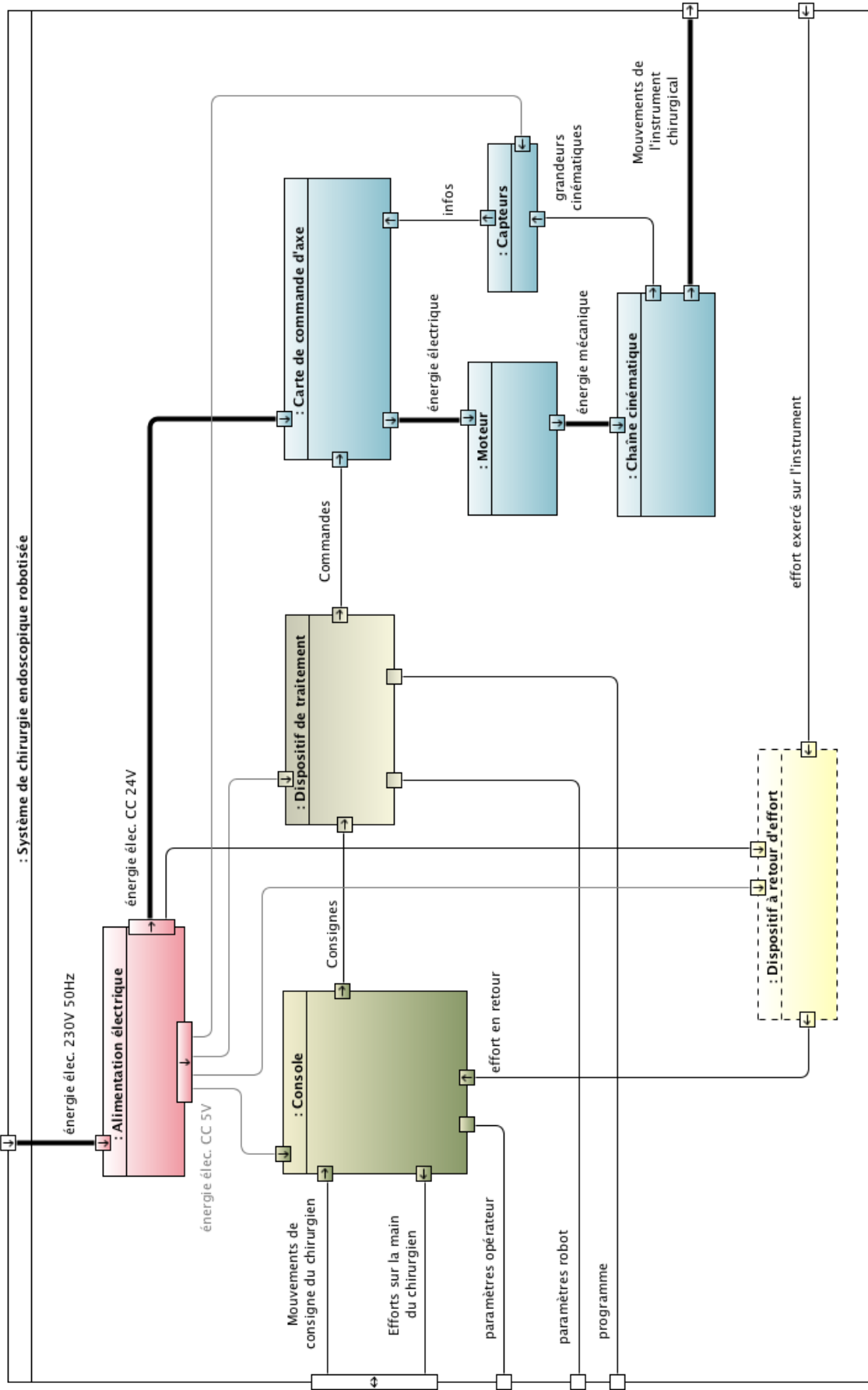
Photo N° 1-7 : la plaque d'interface entre le bras et l'instrument

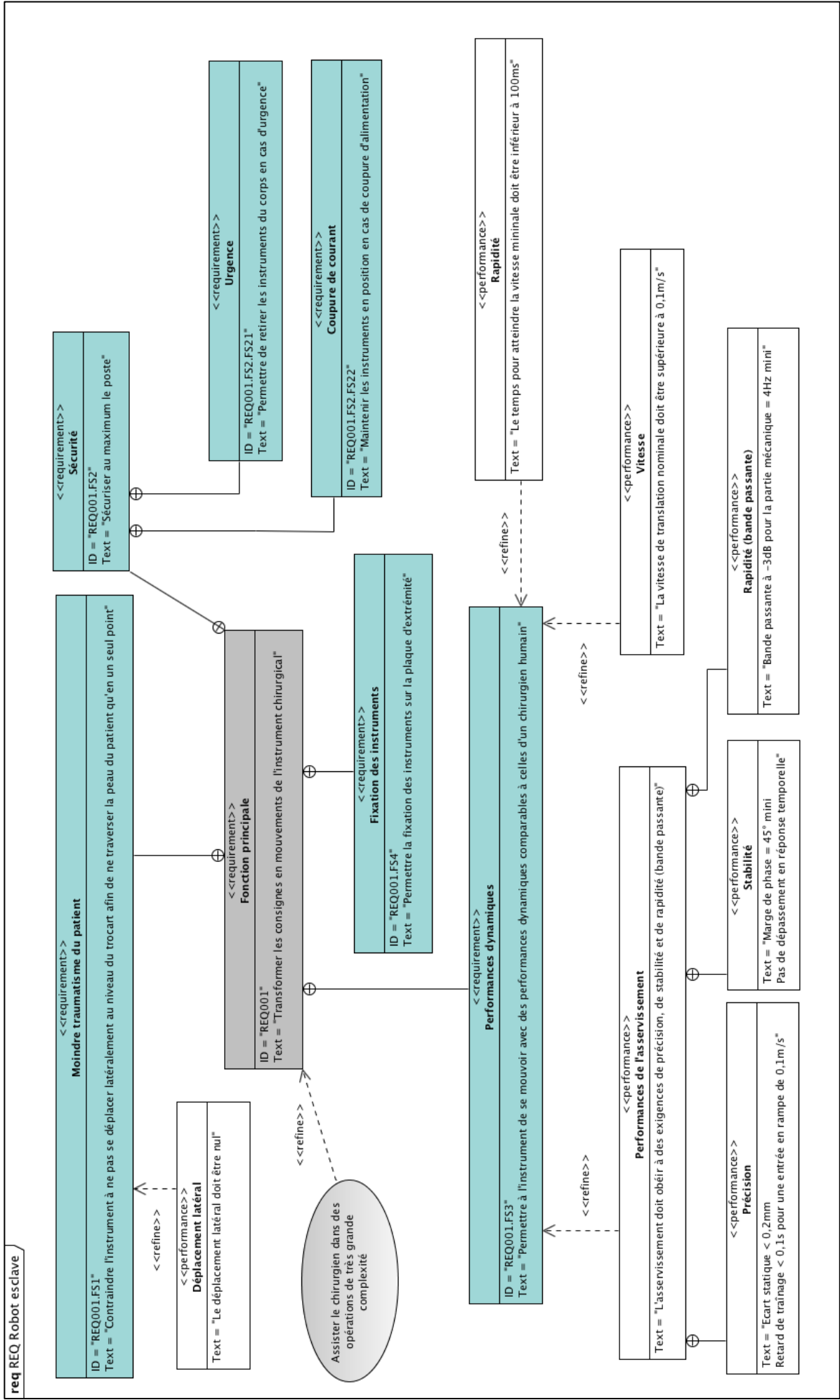


Les diagrammes SysML qui suivent complètent la description qui vient d'être donnée :



ibd [Block] Système de chirurgie endoscopique robotisée [IBD Chaîne de commande d'un robot esclave]



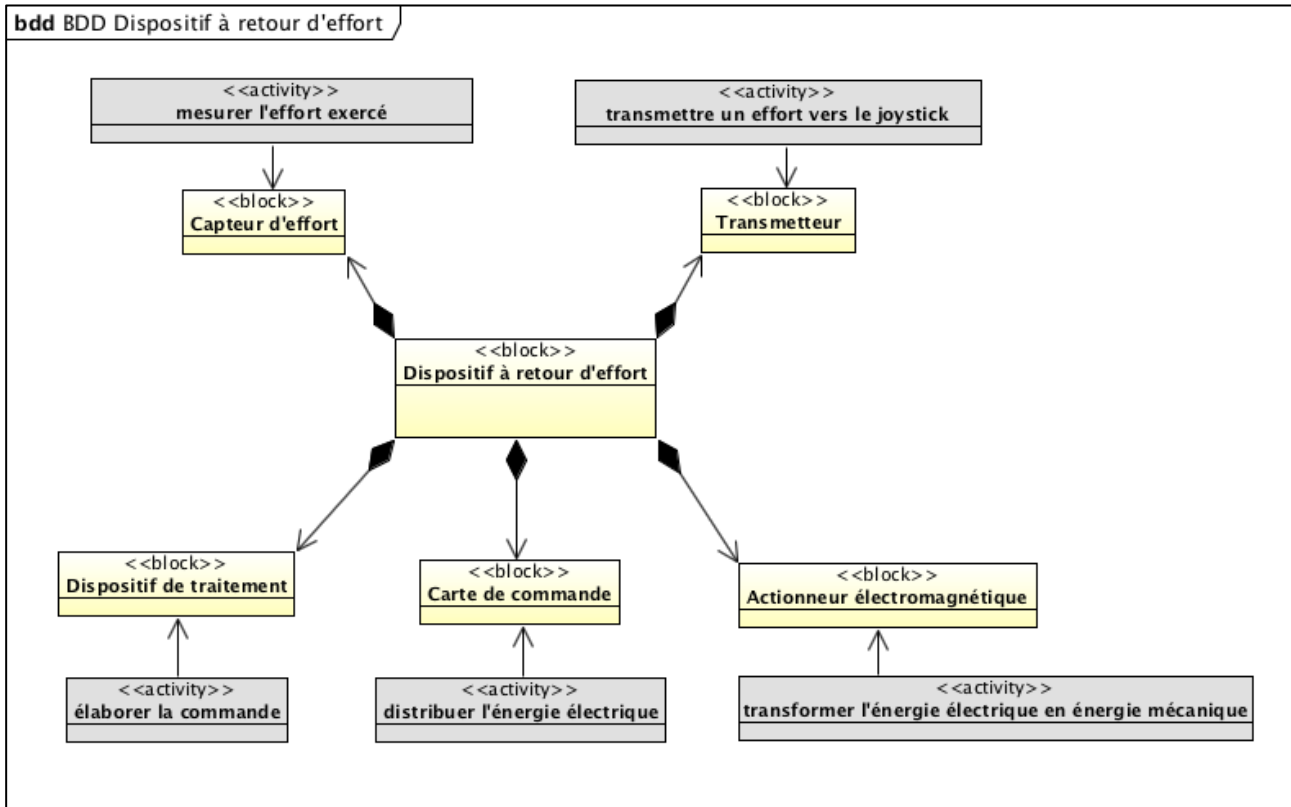


2- SYSTÈME À RETOUR D'EFFORT

Les réponses à cette partie sont à apporter exclusivement sur le document réponse.

Il est envisagé d'équiper le robot chirurgical d'un système dit "à retour d'effort" à technologie électrique, qui permettra au chirurgien de recevoir la sensation de l'effort exercé sur l'outil chirurgical lors de son action.

Les composants envisagés sont définis dans le diagramme qui suit :



Question 1. :

Sur le document réponse, compléter le diagramme ébauché, afin de proposer une structure permettant, à l'aide des composants précédents, de répondre à la fonction attendue du dispositif à retour d'effort sachant que :

- la chaîne d'informations est alimentée en 5V
- la chaîne d'énergie est alimentée en 24V.

Question 2. :

Quel est le préactionneur de ce dispositif ?

Question 3. :

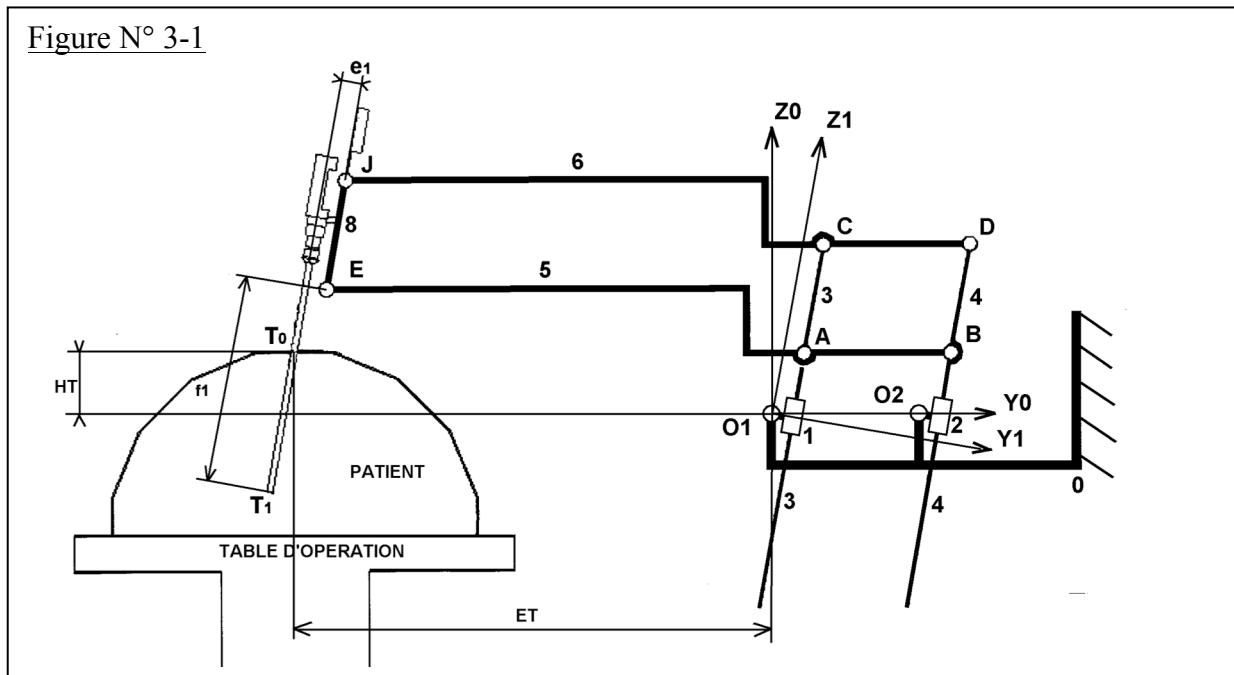
Indiquez pour chacun des composants, par des croix dans le tableau du document réponse, s'ils font partie de la chaîne d'énergie ou de la chaîne d'information.

3- RESPECT DES CRITERES ASSOCIES À L'EXIGENCE "FS 1"

L'étude menée dans cette partie consiste à déterminer les paramètres de construction et d'implantation du robot, qui permettent de respecter les critères associés à l'exigence FS1 « Contraindre l'instrument chirurgical à ne pas se déplacer latéralement au niveau du trocart afin de ne traverser la peau du patient qu'en un seul point » :

Critères associés à l'exigence FS1 :	Niveau
Déplacement latéral (perpendiculairement à la direction Z1) au niveau du point "T0" d'implantation du trocart dans le corps du patient (voir la figure 3-1)	= 0

La figure 3-1 présente une modélisation plane du robot autour de la table d'opération, qui ne prend en compte que les deux mouvements "élévation Z1" et "orientation autour de X0".



Données :

La base (X_0, Y_0, Z_0) est orthonormée directe ;

Le mouvement d'orientation autour de l'axe X_0 est défini par le paramètre θ tel que $(\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \theta$ (voir la figure 3-2).

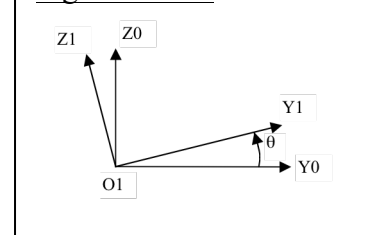
Le mouvement d'élévation selon Z_1 est défini par λ tel que :

$$\vec{O}_1A = \vec{O}_2B = d\vec{y}_1 + (\lambda_0 - \lambda)\vec{z}_1.$$

λ_0 est un paramètre constant qui caractérise la possibilité de modifier l'origine de la mesure pour les déplacements selon Z_1 de façon à tenir compte des différentes longueurs d'instruments chirurgicaux.

L'ensemble des solides (3, 4, 5, 6) est dimensionné de façon à ce que les points (A, B, D, C) forment un parallélogramme déformable.

Figure N° 3-2



Le détail de schématisation des liaisons est montré figure 3-3 :

- 0/1 : pivot d'axe O_1X_0 ;
- 1/3 : glissière selon Z_1 ;
- 3/5 : pivot d'axe AX_0 ;
- 0/2 : pivot d'axe O_2X_0 ;
- 2/4 : glissière selon Z_1 ;
- 4/5 : pivot d'axe BX_0 ;
- 4/6 : pivot d'axe DX_0 ;
- 3/6 : pivot d'axe CX_0 .

L'expression au point P, dans une base (x,y,z) , du torseur cinématique d'une liaison entre deux solides i et j, sera basée sur la forme générale suivante :

$$\{V_{i/j}\} = \left\{ \begin{array}{l|l} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{array} \right\}_{P(x,y,z)}$$

Les grandeurs dimensionnelles caractéristiques du robot sont données dans le tableau 3-4.

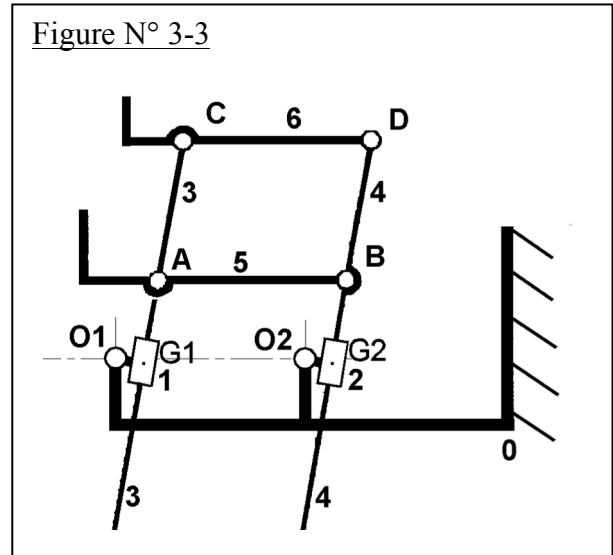


Tableau N° 3-4 :

Vecteurs	expression
$\vec{O_1A} = \vec{O_2B}$	$= d\vec{y}_1 + (\lambda_0 - \lambda)\vec{z}_1$
$\vec{AE} = \vec{CJ}$	$= -v\vec{y}_0 + w\vec{z}_0$
$\vec{AC} = \vec{BD} = \vec{EJ}$	$= c\vec{z}_1$
$\vec{O_1O_2} = \vec{AB} = \vec{CD}$	$= \ell\vec{y}_0$

3-1 Traitement du problème d'hyperstatisme

La validation du critère associé à l'exigence FS1 nécessite que le positionnement de l'outil chirurgical soit correctement défini, ce qui conduit à analyser et à traiter le problème d'hyperstatisme de la structure.

L'étude ne concerne que la partie de structure présentée figure 3-3 constituée de 8 liaisons et 7 solides, car les portions CJ et AE possèdent une certaine souplesse.

Elle conduira à mettre en place le système d'équations de cinématique qui permet de calculer le degré de mobilité « m_c », le degré d'hyperstatisme « h », puis à donner des conclusions pour le traitement du problème d'hyperstatisme.

Question 4. :

Déterminer γ , le « nombre cyclomatique » ou nombre de cycles indépendants de la structure étudiée.

Question 5. :

Mettre en place le système des 6 équations de cinématique qui correspond à la fermeture de la chaîne de solides (3-5-4-6-3) et aux liaisons en A, B, D, C.

Les torseurs cinématiques seront pour cela exprimés au point A et dans la base (X_0, Y_1, Z_1) .

On numérottera ces équations de 1 à 6.

On donne le système d'équations de cinématique correspondant à la fermeture de la chaîne de solides (0-1-3-5-4-2-0) et aux liaisons en O1, G1, A, B, G2, O2. (les torseurs cinématiques ont été exprimés au point O₁, dans la base (X₀, Y₁, Z₁)).

Projection des vecteurs rotation :

$$\text{sur } X_0 : p_{01} + p_{35} + p_{54} + p_{20} = 0 \quad (7)$$

$$\text{sur } Y_1 : 0 = 0 \quad (8)$$

$$\text{sur } Z_1 : 0 = 0 \quad (9)$$

Projection des vecteurs vitesse :

$$\text{sur } X_0 : 0 = 0 \quad (10)$$

$$\text{sur } Y_1 : (\lambda_0 - \lambda)(p_{35} + p_{54}) + \ell \cdot (p_{54} + p_{20}) \cdot \sin \theta = 0 \quad (11)$$

$$\text{sur } Z_1 : w_{13} - d(p_{35} + p_{54}) - \ell \cdot (p_{54} + p_{20}) \cdot \cos \theta + w_{42} = 0 \quad (12)$$

Question 6. :

Déterminer le rang « rc » du système des équations de fermeture de chaînes cinématiques qui correspondent à la structure étudiée (figure 3-3)

- vérifier à partir de ce résultat la mobilité « m_c » de la structure ;
- déduire son degré d'hyperstatisme « h ».

Question 7. :

On souhaite éviter les effets néfastes de l'hyperstatisme en ajoutant des mobilités dans les liaisons de la structure. On choisit de modifier les liaisons 5/4 et 4/6 (respectivement point B et point D sur la figure 3-3).

Proposer une liste de mobilités judicieusement choisies permettant de répondre au problème, donner la nouvelle écriture des torseurs cinématiques de ces deux liaisons et pour finir représenter cette solution isostatique sous la forme d'un schéma cinématique en perspective.

3-2 Traitement du problème géométrique et cinématique

Notations :

- Pour un point P quelconque, on note $\vec{V}_{P,S1/S0}$ le vecteur vitesse du point P considéré comme appartenant à (S1), dans le mouvement de (S1) par rapport à (S0).
- On notera $\dot{\theta}$ la dérivée temporelle $\frac{d\theta}{dt}$ du paramètre θ , et $\dot{\lambda}$ la dérivée temporelle $\frac{d\lambda}{dt}$ du paramètre λ .
- La géométrie de l'instrument chirurgical est définie par la position de son extrémité T₁ (voir la figure 3-1) : $\vec{T_1E} = e_1 \vec{y}_1 + f_1 \vec{z}_1$
et par le fait que tout point T de sa tige appartient à la droite T₁z₁.

3-2-1 Phase de mise en position

Pour effectuer la mise en position du robot par rapport au patient et à la table, on positionne l'instrument chirurgical de façon telle que son extrémité T₁ soit en coïncidence avec le point T₀ du trocart (voir figure 3-1).

Pour cela, l'axe Z₁ du robot est translaté dans une position particulière dite « position d'initialisation » dans laquelle le paramètre λ a la valeur 0 ($\lambda=0$) ;

avec ce réglage, λ représentera la pénétration de l'instrument dans le corps du patient.

Dans cette position, le seul paramètre variable est l'angle d'orientation θ .

Objectif du travail : établir des relations utiles à la construction, concernant la dimension e₁ et la cote d'initialisation λ_0 .

Question 8. :

Ecrire la relation vectorielle qui traduit que, dans la position d'initialisation ($\lambda=0$), le point T_1 est centre instantané de rotation du mouvement de l'instrument (solide 8) par rapport au repère R_0 (réalisation du critère associé à l'exigence FS1).

Question 9. :

Dériver le vecteur position $\overrightarrow{O_1 T_1}$ pour en déduire :

- la valeur de la dimension e_1 à respecter, en fonction de certaines dimensions du robot ;
- la valeur de la cote d'initialisation λ_0 , en fonction de la dimension « f_1 » de l'instrument chirurgical.

On souhaite connaître la position du patient par rapport au robot, en exprimant les composantes du vecteur $\overrightarrow{O_1 T_0} = -E_T \vec{y}_0 + H_T \vec{z}_0$ (voir la figure 3-1)

" E_T " cote d'éloignement du patient par rapport au robot ;

" H_T " cote de positionnement en hauteur du patient par rapport au robot.

Question 10. :

Déterminer en fonction des grandeurs dimensionnelles caractéristiques du robot (tableau 3-4), la valeur des cotes " E_T " et " H_T ".

3-2-2 Phase d'utilisation

On se place maintenant dans la phase d'utilisation du robot, dans laquelle les paramètres λ et θ sont tous deux variables.

L'instrument chirurgical utilisé, fixé sur le solide (8), est toujours caractérisé par son extrémité T_1 telle que $\overrightarrow{T_1 E} = e_1 \vec{y}_1 + f_1 \vec{z}_1$ (voir la figure 3-1).

Soit T le point de l'instrument chirurgical qui coïncide avec le trocart ; on a $\overrightarrow{T_1 T} = \lambda \vec{z}_1$.

L'objectif du travail est de montrer que la géométrie du robot permet de respecter le critère associé à la fonction de service FS1, quelles que soient les valeurs de λ et θ ; pour cela on cherche à exprimer le vecteur $\vec{V}_{T,8/0}$.

Question 11. :

Exprimer le vecteur $\vec{V}_{A,5/0}$ en fonction de $\dot{\theta}$ et $\dot{\lambda}$, dans la base (\vec{y}_1, \vec{z}_1) .

Démontrer que le solide (5) est animé d'un mouvement de translation par rapport à (0), puis donner

l'expression de $\vec{V}_{E,8/0}$, en fonction de $\dot{\theta}$, $\dot{\lambda}$ et des grandeurs dimensionnelles, dans la base (\vec{y}_1, \vec{z}_1)

Question 12. :

Exprimer $\vec{V}_{T,8/0}$ dans la base (\vec{y}_1, \vec{z}_1) , et vérifier que le résultat respecte le critère associé à l'exigence FS1.

4- RESPECT DES CRITERES ASSOCIES À L'EXIGENCE "FS 3"

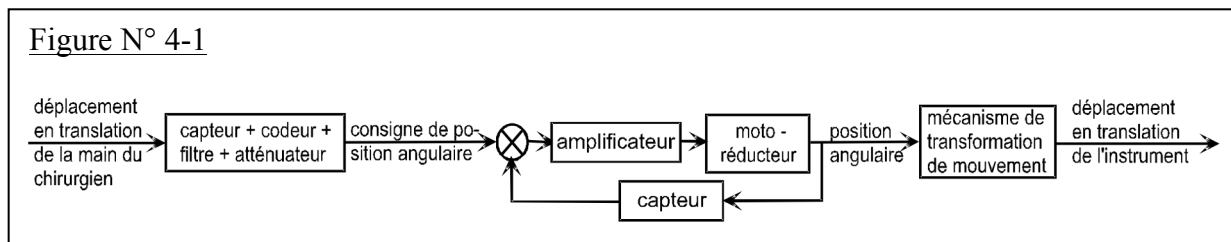
L'étude menée dans cette partie consiste à valider le choix des composants du robot qui permettent de respecter les niveaux des critères associés à l'exigence FS3 "Permettre à l'instrument chirurgical de se mouvoir avec des performances dynamiques comparables ou meilleures que celles réalisées par un chirurgien humain".

L'étude est effectuée uniquement pour l'axe « d'élévation » selon Z_1 .

Critères associés à l'exigence FS 3 :	Niveaux
Vitesse de translation nominale :	> 0,1 m/s
Temps t1 pour atteindre la vitesse nominale :	100 millisecondes maximum
Performances de l'asservissement :	
Précision :	Ecart statique < 0,2 mm. Retard de traînage < 0.1s pour une entrée rampe de 0,1 m/s.
Stabilité :	Marge de phase = 45° ; pas de dépassement en réponse temporelle.
Rapidité :	Bande passante à -3 dB pour la partie mécanique : 4 Hertz.

4-1 Description de la chaîne fonctionnelle de positionnement en translation.

4-1-1 Schéma-blocs



La figure 4-1 présente le schéma-bloc de l'axe d'élévation (selon Z_1) du dispositif de commande de l'instrument chirurgical :

La console permet de capter le déplacement de la main, de le coder, de le corriger éventuellement afin d'élaborer la consigne de position angulaire du rotor moteur.

La position angulaire est ensuite transformée en position linéaire de l'instrument par un mécanisme de transformation de mouvement à crémaillère.

4-1-2 Schéma cinématique minimal

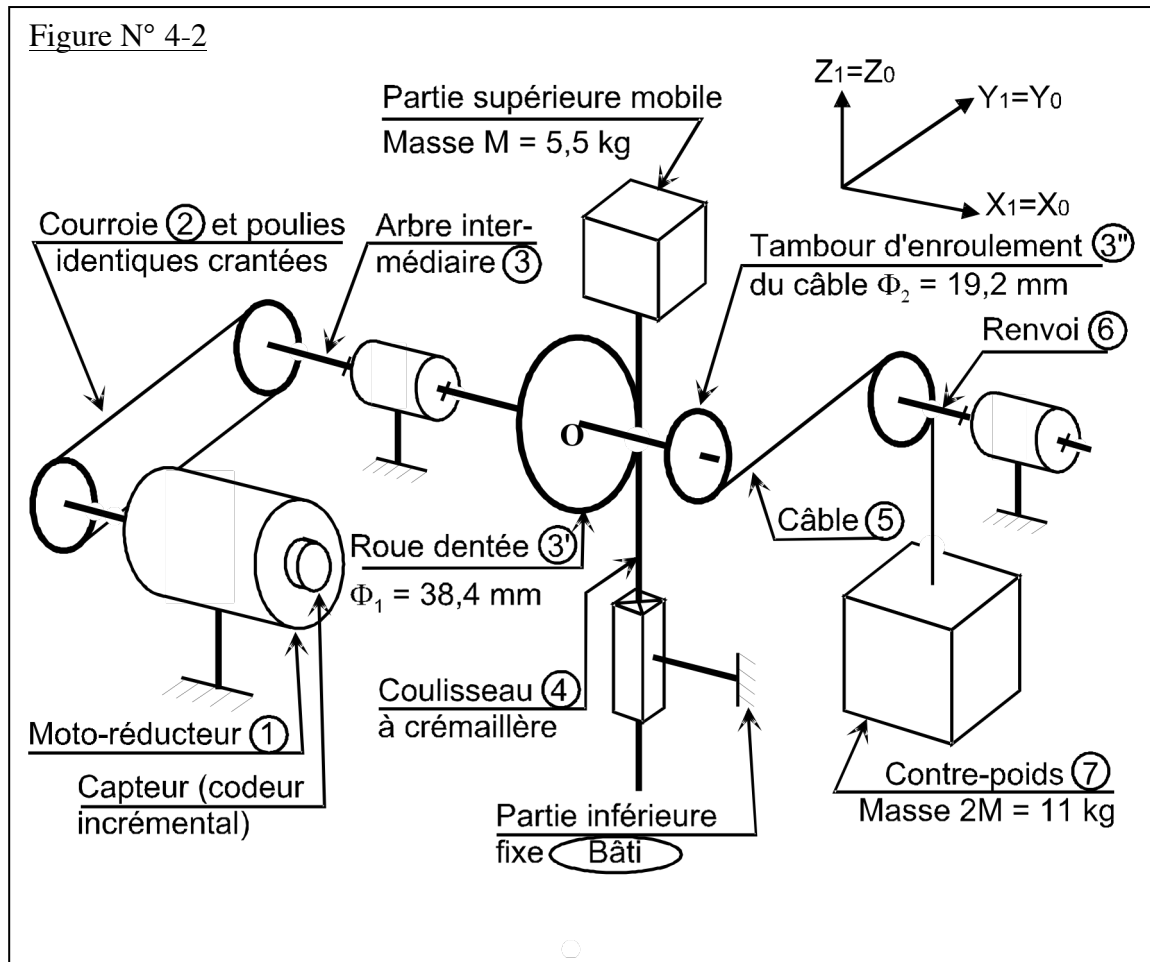
La figure 4-2 présente de façon simplifiée, la chaîne cinématique de l'axe d'élévation :

L'actionneur est un moto-réducteur (1) à courant continu Gammatic n° RH-8D-6006.

Le premier étage de transmission du mouvement se fait par une courroie crantée (2) qui s'enroule sur des poulies de même diamètre pour entraîner l'arbre intermédiaire (3). Une roue dentée (3') de diamètre primitif $\Phi_1 = 38,4$ mm solidaire de l'arbre intermédiaire (3) engrène avec une crémaillère (4) solidaire de la partie supérieure mobile du robot. Cette crémaillère est en liaison glissière selon Z_1 par rapport à la partie inférieure du robot considérée comme fixe dans cette partie du sujet, et notée « Bâti ».

Pour équilibrer le poids de la partie supérieure (coulisseau compris) de masse $M = 5,5$ kg, les ingénieurs ont placé un contre-poids (7) de masse $2M = 11$ kg tiré par un câble qui s'enroule sur un tambour (3'') de diamètre $\Phi_2 = \Phi_1 / 2 = 19,2$ mm solidaire de l'arbre intermédiaire (3).

Figure N° 4-2



4-2 Etude de la boucle d'asservissement de la position angulaire du moteur

Données :

Le constructeur du moto-réducteur donne les caractéristiques mécaniques **en sortie du réducteur** ce qui permet de considérer le moto-réducteur comme un « moteur qui tourne lentement avec un couple élevé ».

- Puissance nominale en sortie du réducteur : $P_{nom} = 8,6 \text{ W}$
- Couple nominal en sortie du réducteur : $C_{nom} = 1,4 \text{ N.m}$
- Couple de maintien en sortie du réducteur : $C_{maint} = 1,5 \text{ N.m}$
- Couple maxi en sortie du réducteur : $C_{max} = 2,7 \text{ N.m}$
- Vitesse nominale en sortie du réducteur : $N_{nom} = 60 \text{ tr / min}$
- Vitesse maxi en sortie du réducteur : $N_{max} = 100 \text{ tr / min}$
- Moment d'inertie total ramené à l'arbre de sortie du réducteur : $J_1 = 3,70.10^{-3} \text{ kg.m}^2$
- Capteur de position : codeur 360 incréments par tour, **monté sur le rotor** du moteur
- Rapport de réduction : 50 (n'interviendra que dans le calcul de la résolution du capteur).

4-2-1 Vérification de la vitesse de rotation maximum du moto-réducteur.

Question 13. :

Déterminer la vitesse nominale de translation du coulisseau (4) ; vérifier la conformité avec le cahier des charges.

4-2-2 Vérification du temps t_1 de mise en vitesse

Questions 14 à 19 (dynamique) supprimées.

4-2-3 Evaluation de la fonction de transfert du moto-réducteur

Le constructeur donne les caractéristiques électro-mécaniques exprimées à la **sortie du réducteur**.

On rappelle les équations temporelles :

$$\begin{aligned} u(t) &= R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + e(t) & ; & & e(t) &= k_e \cdot \omega_{\text{réd}}(t) \\ C_{\text{réd}}(t) &= k_c \cdot i(t) & ; & & C_{\text{réd}}(t) - C_r - f_v \cdot \omega_{\text{réd}}(t) &= J_{\text{équ}} \cdot \frac{d\omega_{\text{réd}}(t)}{dt} \end{aligned}$$

avec : $u(t)$ tension appliquée aux bornes de l'induit

$i(t)$ intensité du courant traversant l'induit

$e(t)$ force électromotrice induite par la rotation du moteur, évaluée à la sortie du réducteur

$\omega_{\text{réd}}(t)$ vitesse de rotation à la sortie du réducteur

$C_{\text{réd}}(t)$ couple moteur ramené à la sortie du réducteur

$R = 10 \Omega$ résistance de l'induit

$L = 2,2 \text{ mH}$ inductance de l'induit

$k_c = 2,1 \text{ N.m/A}$ constante de couple évaluée à la sortie du réducteur

$k_e = 2,1 \text{ V.s/rad}$ constante de f.e.m évaluée à la sortie du réducteur

$C_r = 0,2 \text{ N.m}$ couple résistant induit par les frottements secs, ramené à la sortie du réducteur

$f_v = 0,04 \text{ Nm.s / rad}$ coefficient de frottement visqueux équivalent à toutes les pièces en mouvement, ramené à la sortie du réducteur

$J_{\text{équ}} = 7 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ moment d'inertie équivalent à toutes les pièces en mouvement, ramené à la sortie du réducteur.

Les transformées de Laplace des fonctions $u(t)$, $i(t)$, $e(t)$, $\omega_{\text{réd}}(t)$, $C_{\text{réd}}(t)$ et $C_r(t)$ sont respectivement $U(p)$, $I(p)$, $E(p)$, $\Omega_{\text{réd}}(p)$, $C_{\text{réd}}(p)$ et $C_r(p)$. On considère toutes les conditions initiales nulles.

Question 20. :

Transformer les équations temporelles ci-dessus.

Remplir sous forme littérale les blocs du schéma **figure R20 du document réponses**. Exprimer les grandeurs physiques entre chaque bloc.

Question 21. :

Exprimer littéralement sous forme canonique la fonction de transfert du moto-réducteur

$$M(p) = \frac{\Omega_{\text{réd}}(p)}{U(p)}$$

Quel que soit le résultat obtenu à la question précédente, on utilisera l'expression de $M(p)$ suivante :

$$M_1(p) = \frac{0,436}{1 + 14,5 \cdot 10^{-3} p + 3,1 \cdot 10^{-6} p^2}$$

Sur le système de levage non asservi c'est-à-dire avec le capteur de position angulaire déconnecté (figures 4-1 et 4-2), on a pratiqué, un essai en charge, en donnant au moteur un échelon de tension $u(t) = 24 \text{ V}$.

Avec une génératrice tachymétrique dont le gain est de $0,166 \text{ V.s.rad}^{-1}$, on a tracé sur le **document réponses figure R22**, la courbe de tension image de $\omega_{\text{réd}}(t)$.

Remarque : la partie supérieure du robot est supposée rigide pendant cet essai.

Question 22. :

Après avoir analysé cette courbe, expliquer **sur le document réponses** sous la figure **R22** pourquoi on peut négliger l'inductance L .

Question 23. :

Justifier analytiquement la réponse précédente à partir de l'expression de $M_1(p)$ lorsque l'on envisage une étude fréquentielle : on précisera la valeur du pôle dominant, l'autre (faisant intervenir la valeur de L) étant rejeté.

Dans la suite du problème, on néglige l'inductance L du moteur.

Question 24. :

Exprimer littéralement, sous forme canonique, la fonction de transfert du moto-réducteur

$$M_2(p) = \frac{\Omega_{\text{red}}(p)}{U(p)} = \frac{G_s}{1 + T \cdot p}$$

Donner les valeurs numériques de G_s et de T à partir de l'expression de $M_1(p)$ et des réponses apportées à la question 23 (3 chiffres significatifs sont attendus).

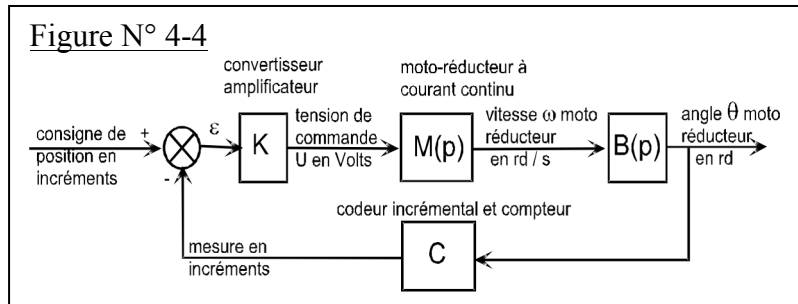
Question 25. :

Déterminer les valeurs de G_s et T , à partir de la courbe de tension image de $\omega_{\text{red}}(t)$ **figure R22**. Comparer avec les résultats de la question 23.

4-2-4 Respect du critère de marge de phase

La boucle d'asservissement de la position angulaire de l'arbre de sortie du réducteur est définie par le schéma-blocs figure 4-4.

La consigne de position en incréments est élaborée par le calculateur, à partir des informations envoyées par la console.



Le convertisseur-amplificateur K de gain k variable élabore la commande du moteur.

Données :

Le codeur incrémental C **placé sur le rotor du moteur** a une résolution de 360 incréments par tour. Il est associé à un compteur - décompteur qui élabore la mesure de position en incréments.

Le système est discret (non continu) mais on l'assimile à un système continu car le comptage est très rapide.

Le réducteur a un rapport de réduction de 50.

Question 26. :

Donner la fonction de transfert du bloc B(p) et la valeur du coefficient du bloc C en incr./rad.

Exprimer numériquement, en fonction de k, la fonction de transfert en boucle ouverte $H_0(p)$.

Question 27. :

Sur le **document réponses figure R 27**, la courbe de phase du diagramme de Bode du système en boucle ouverte est fournie. Compléter ce diagramme en donnant le tracé asymptotique et l'allure du tracé réel de la courbe d'amplitude, pour $k = 1$.

Question 28. :

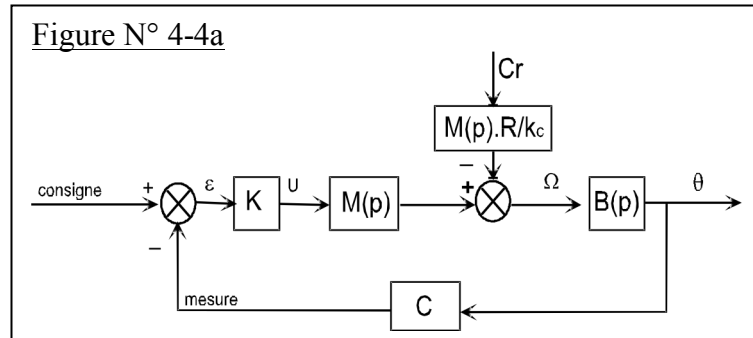
À partir du tracé précédent, estimer la valeur k_{45} de k qui permet d'obtenir la marge de phase de 45° spécifiée dans le cahier des charges.

4-2-5 Etude de la précision de la boucle d'asservissement de position angulaire

Question 29. :

Quel est l'écart statique $\varepsilon_{\text{cons}} \infty$ en incréments lorsque la consigne est un échelon de position : $\text{Cons}(t) = 1.u(t)$. Ce résultat dépend-il de la valeur de k ?

Etant donné que la perturbation C_r intervient entre deux blocs de $M(p)$, on adopte le schéma de la figure 4-4a pour faciliter les calculs de la question suivante.



Question 30. :

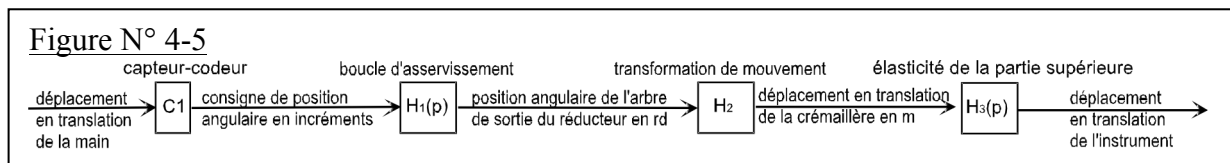
Calculer, pour la valeur k_{45} de k établie question 28, l'écart statique $\varepsilon_{\text{pert}} \infty$ en incréments entre la consigne et la mesure apporté par la perturbation lorsque celle-ci est l'échelon de couple résistant $C_r.u(t)$ induit par les frottements secs (0,2 Nm).

La chaîne cinématique de transmission est telle qu'il faut 150 incréments pour que la crémaillère se déplace de 1 mm, quelle est l'incidence de cet écart sur la position de l'instrument ?
Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

Proposer une modification du bloc K qui annulerait cet écart.

4-3 Vérification des performances de la chaîne de positionnement de l'instrument

4-3-1 Modélisation par schéma-blocs



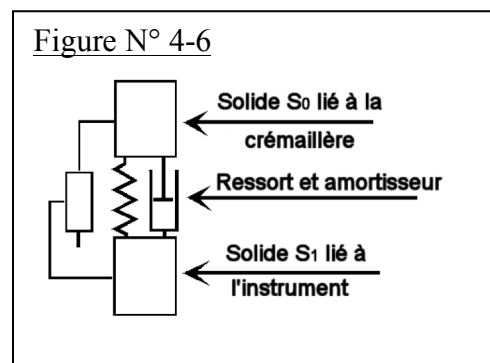
Questions 31, 32 et 33 (sans vraiment d'intérêt...) supprimées.

4-3-3 Analyse du déplacement de l'instrument chirurgical par rapport à la crémaillère

La partie supérieure du robot est constituée par assemblage de tubes minces en fibres de carbone.

On modélise cette partie par deux solides : S_0 représentant la crémaillère et les solides qui y sont liés ; et S_1 représentant l'instrument chirurgical.

Ces solides sont considérés en liaison glissière parfaite et reliés par un ressort de raideur k_0 et un amortisseur de coefficient f_0 , montés en parallèle comme le montre le schéma figure 4-6.



Pour identifier la fonction de transfert $H_3(p) = \frac{D_{\text{instrum}}(p)}{D_{\text{crem}}(p)}$ de cette partie, on a imposé à la crémaillère un échelon de déplacement $d_{\text{crem}}(t) = 20 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ à partir de la position d'équilibre. On a tracé sur le **document réponses figure R34**, la courbe de déplacement $d_{\text{instrum}}(t)$ de l'instrument.

Question 34. :

L'allure de cette réponse autorise à proposer une fonction de transfert fondamentale du deuxième ordre pour $H_3(p)$; déterminer ses valeurs caractéristiques : gain statique, coefficient d'amortissement et pulsation propre.

Questions 35 à 39 (dynamique) supprimées.

4-3-4 Analyse du déplacement de l'instrument par rapport au déplacement de la main.

La fonction de transfert du système décrit figure 4-5 est alors :

$$H(p) = \frac{D_{\text{instrum}}(p)}{D_{\text{main}}(p)} = \frac{1}{(1 + 0,014p + 0,00017p^2) \cdot (1 + 0,015p + 0,0014p^2)}.$$

On donne sur le **document réponses figure R41**, la courbe d'amplitude (gain) de $H(p)$ pour $p = j\omega$ dans le plan de Bode.

La main du chirurgien est prise d'un tremblement sensiblement sinusoïdal dont la période est de 0,25 s et l'amplitude 1 mm.

Question 40. :

Déterminer à partir de cette courbe, l'amplitude du mouvement pris par l'instrument.

4-3-5 Amélioration des performances dynamiques.

On souhaite limiter l'amplitude du mouvement de l'outil lors du tremblement de la main en filtrant le signal traité par le capteur-codeur C_1 de sorte que les tremblements n'apparaissent plus sur le soustracteur. On propose trois filtres du premier ordre, de gains statiques égaux à 1 et de constantes de temps : $T_1 = 0,04\text{s}$; $T_2 = 0,1\text{s}$; $T_3 = 0,5\text{s}$.

Question 41 :

Tracer sur le **document réponses figure R41**, les trois courbes asymptotiques d'amplitude de ces filtres avec des couleurs différentes.

Sachant que les mouvements dont la période est inférieure à 1s ne doivent pas être atténués de plus de 1dB, choisir le numéro 1, 2 ou 3 du filtre qui atténue de 8 à 10dB le tremblement de la main de période 0,25s.

Fin de l'extrait, et du devoir.